

## OCENA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ W WARUNKACH OBCIĄŻEŃ LOSOWYCH O SZEROKIM WIDMIE(\*)

JÓZEF SZALA (BYDGOSZCZ)

W pracy omówiono metodę oceny trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń losowych o szerokim widmie, na przykładzie wyników badań i obliczeń zmęczeniowych węzła konstrukcyjnego. Proponowaną metodę obliczeń opartą na wykorzystaniu liniowych hipotez kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych oraz uproszczonych zależności opisujących charakterystykę zmęczeniową, oceniono na podstawie porównania wyników obliczeń z wynikami programowanych badań zmęczeniowych.

### WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

- $C, C_0$  stałe w równaniach krzywych zmęczeniowych wyznaczonych przy obciążeniu sinusoidalnym o współczynniku  $R=0$  i  $-1$ ,
- $\delta$  parametr rozkładu Rayleigha (moda rozkładu) w MPa,
- $f(\sigma_a), f(\sigma_m, \sigma_a)$  funkcje gęstości prawdopodobieństwa,
- $m, m_0$  wykładniki potęg w równaniach gałęzi ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej dla obciążeń sinusoidalnych o  $R=0$  i  $-1$ ,
- $N_0$  liczba cykli odpowiadająca punktowi załamania krzywej zmęczeniowej,
- $N^*, N_0^*$  liczba cykli odpowiadająca granicy pomiędzy nisko a wysokocyklową wytrzymałością zmęczeniową dla  $R=0$  i  $-1$ ,
- $N(\sigma_a), N(\sigma_m, \sigma_a)$  charakterystyka zmęczeniowa—liczba cykli do zniszczenia zmęczeniowego jako funkcji parametrów  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$ ,
- $n_c$  trwałość zmęczeniowa wyrażona liczbą cykli,
- $R$  współczynnik amplitudy cyklu,
- $R_e$  granica plastyczności w MPa,
- $R_m$  wytrzymałość na rozciąganie w MPa,
- $s_m$  odchylenie standardowe wartości średnich w MPa,
- $\sigma_a$  amplituda naprężeń w MPa,
- $\sigma_m$  naprężenie średnie w MPa,
- $\bar{\sigma}_m$  wartość średnia losowych wartości naprężeń średnich w MPa,
- $Z_{rc}$  granica zmęczenia przy osiowym wahadłowym obciążeniu sinusoidalnym ( $R=-1$ ),
- $Z_{rj}$  granica zmęczenia przy osiowym odzerowo-tętniącym obciążeniu sinusoidalnym ( $R=0$ ),
- $\psi_\sigma$  współczynnik wrażliwości stali na asymetrię cyklu

(\*) Praca wykonana w ramach problemu węzłowego 05.12 pt. «Wytrzymałość i optymalizacja konstrukcji maszynowych i budowlanych»—koordynowanego przez Instytut Podstawowych Problemów Techniki Polskiej Akademii Nauk.



## 1. WSTĘP

Obciążenia elementów maszyn w licznych przypadkach są zmienne losowo [1]. Ocena trwałości zmęczeniowej tych elementów na podstawie obliczeń i badań stanowiskowych jest oparta na stacjonarności, ergodyczności, a często także na założeniu, że obciążenia mają rozkład normalny [2]. Na podstawie wyników dużej liczby pomiarów obciążeń eksploatacyjnych elementów: koparek, traktorów, przyrzep i samochodów, zawartych w literaturze oraz pojazdów jednośladowych [3] wykazano, że obciążenia te są procesami losowymi o szerokim widmie.

Do obliczeń trwałości zmęczeniowej w warunkach obciążeń losowych należy znać widmo obciążeń, charakterystykę zmęczeniową obliczanego elementu wyznaczoną przy obciążeniu o stałej amplitudzie oraz hipotezę kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych [3].

Widmo obciążeń otrzymuje się na podstawie schematyzacji obciążeń losowych [4]. Sposób schematyzacji polegający na zliczaniu lokalnych ekstremów prowadzi do wyznaczenia zbioru cykli sinusoidalnych o zmiennych amplitudach, sposoby polegające na zliczaniu rozpiętości gałęzi, pełnych cykli, par zakresów oraz obwiedni prowadzą do wyznaczenia cykli sinusoidalnych o zmiennych amplitudach i wartościach średnich. Traktując wymienione parametry cykli sinusoidalnych jako zmienne losowe niezależne, można wyznaczyć ich rozkłady. W przypadku obciążeń losowych o szerokim widmie, przyjęcie odpowiedniego sposobu schematyzacji ma istotne znaczenie. Jak wykazano w pracy [5] dla obciążeń losowych o szerokim widmie jednym z zalecanych sposobów jest zliczanie pełnych cykli.

Charakterystykę zmęczeniową wykorzystywaną w obliczeniach, wyznacza się w warunkach obciążenia o zmiennych parametrach cykli sinusoidalnych [6]. W szczególnym przypadku, gdy wartość naprężenia średniego jest stała, otrzymuje się krzywą zmęczeniową (Wöhlera) [7].

Z ponad 30 znanych hipotez sumowania uszkodzeń zmęczeniowych często stosowana w obliczeniach trwałości zmęczeniowej jest hipoteza Palmgren-Minera [8], która dotychczas była szereg razy modyfikowana; jedną z modyfikacji przedstawiono w pracy [9]. Modyfikacja ta polega na uwzględnieniu naprężeń mniejszych od granicy zmęczenia.

Wykorzystując dane zawarte w przedstawionej literaturze, można podać zależność na obliczenie trwałości zmęczeniowej elementów maszyn poddanych działaniu obciążeń losowych o szerokim widmie [4]

$$(1.1) \quad n_c = \frac{1,0}{\int \int_F \frac{f(\sigma_m, \sigma_a)}{N(\sigma_m, \sigma_a)} d\sigma_m d\sigma_a}$$

Pole całkowania  $F$  zależne jest od przyjętego kryterium wytrzymałościowego, cech konstrukcyjnych (materiałowych i geometrycznych), badanego elementu oraz przyjętej do obliczeń hipotezy kumulacji uszkodzeń zmęczeniowych.



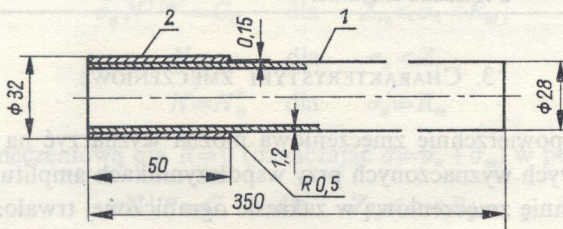
W szczególnym przypadku, gdy  $\sigma_m = \text{const}$  lub  $\sigma_m = 0$  (co odpowiada obciążeniom losowym o wąskim widmie) zależność (1.1) przyjmuje znaną z literatury [7] postać

$$(1.2) \quad n_c = \frac{1,0}{\int_{\sigma_{\min}}^{\sigma_{\max}} \frac{f(\sigma_\alpha)}{N(\sigma_\alpha)} d\sigma_\alpha} \quad (1.1)$$

Podstawowa trudność w zastosowaniu zależności (1.1) polega na wyznaczeniu charakterystyki zmęczeniowej  $N(\sigma_m, \sigma_\alpha)$ . Wyznaczenie jej na drodze eksperymentalnej jest bardzo czasochłonne ze względu na konieczność wykonania dużej liczby prób zmęczeniowych. Spotykane w literaturze [10] zależności, oparte na własnościach mechanicznych materiałów wyznaczonych przy obciążeniu statycznym, są mało dokładne.

Celem pracy jest omówienie sposobu obliczeń trwałości zmęczeniowej elementów maszyn poddanych działaniu obciążeń losowych o szerokim widmie. Obliczenia wybranego węzła konstrukcyjnego oparto na uproszczonych zależnościach opisujących charakterystykę zmęczeniową. Wyniki obliczeń zweryfikowano doświadczalnie.

Objektem badań i obliczeń trwałości zmęczeniowej był węzeł konstrukcyjny przedstawiony na rys. 1. Węzeł składa się z rury 1 połączonej z rurą 2 za pomocą



Rys. 1

lutu. Rury wykonane są ze stali 10BX, których średnia wartość doraźnej wytrzymałości wyznaczona w próbie rozciągania  $R_m = 363$  MPa, odchylenie standardowe  $s_R = 11$  MPa i średnia wartość umownej granicy plastyczności  $R_{e0,2} = 210$  MPa.

## 2. CHARAKTERYSTYKA OBCIĄŻENIA

Do obliczeń i badań przyjęto obciążenie zmienne występujące w układach nośnych pojazdów jednośladowych, które, jak to wykazano w pracy [3], jest obciążeniem losowym o szerokim widmie. Widmo obciążeń, będące podstawą programowanych badań i obliczeń trwałości zmęczeniowej, opracowano stosując następujące sposoby schematyzacji: lokalnych ekstremów (LE), pełnych cykli (PC) i rozpiętości gałęzi (RG). Jak wynika z literatury [2] rozkład amplitud może być aproksymowany rozkładem Rayleigha (R), natomiast rozkład wartości średnich — rozkładem nor-



malnym ( $N$ ). A zatem, funkcje gęstości prawdopodobieństwa można przedstawić w postaci:

dla sposobu schematyzacji *LE*

$$(2.1) \quad f(\sigma_a) = \frac{\sigma_a}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sigma_a^2}{2\sigma^2}\right),$$

dla sposobów schematyzacji *PC* i *RG*

$$(2.2) \quad f(\sigma_m, \sigma_a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} s_m} \exp\left[-\frac{(\sigma_m - \bar{\sigma}_m)}{2s_m^2}\right] \frac{\sigma_a}{\delta^2} \exp\left(-\frac{\sigma_a^2}{2\sigma^2}\right).$$

Wartości parametrów tych rozkładów podano w tablicy 1.

Tablica 1

Lp.	Sposób schematyzacji	Wartość średnia		Wariancja		Moda
		$\bar{\sigma}_m$	$\bar{\sigma}_a$	$s_m^2$	$\bar{s}_a^2$	$\sigma$
1	2	3	4	5	6	7
1	<i>LE</i>	—	6,42	—	9,94	4,9
2	<i>PC</i>	1,53	4,78	10,6	6,5	4,0
3	<i>RG</i>	0,96	3,75	15,7	4,45	3,1

Objaśnienia: parametry z indeksem  $m$  dotyczą rozkładu wartości średnich, z indeksem  $a$  rozkładu amplitud.

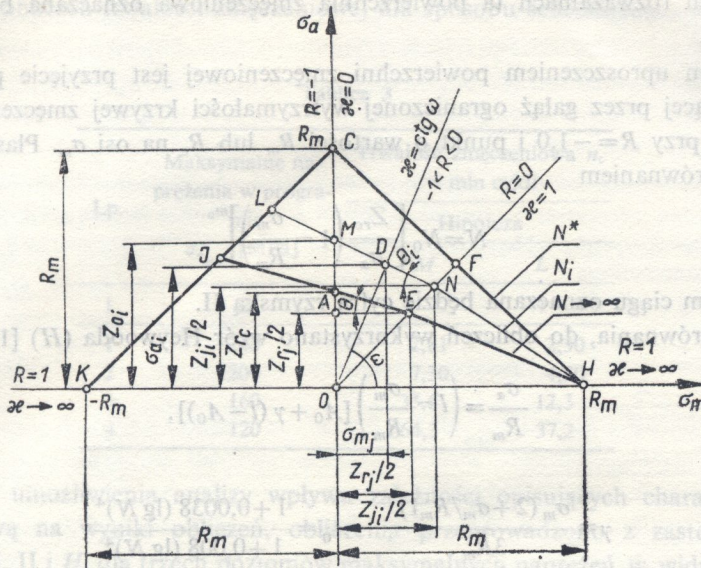
### 3. CHARAKTERYSTYKI ZMĘCZENIOWE

Uproszczoną powierzchnię zmęczeniową można wyznaczyć na podstawie krzywych zmęczeniowych wyznaczonych przy współczynnikach amplitudy cyklu  $R = -1$  i  $R = 0$ . Powierzchnię zmęczeniową w zakresie ograniczonej trwałości zmęczeniowej wyznaczają w układzie logarytmicznym dwie cząstkowe powierzchnie. Pierwsza wyznaczona jest przez gałęzie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej krzywych zmęczeniowych wyznaczonych przy współczynnikach  $R = -1$  i  $R = 0$ , druga wyznaczona jest przez gałąź ograniczonej wytrzymałości krzywej zmęczeniowej wyznaczonej przy współczynniku  $R = 0$  i punkt odpowiadający doraźnej wytrzymałości na rozciąganie  $R_m$ , położony na osi  $\sigma_m$  dla materiałów umownie kruchych lub punkt odpowiadający granicy plastyczności  $R_e$  dla materiałów sprężystoplastycznych. W obu przypadkach należy podkreślić przybliżony charakter wymienionych powierzchni.

Wykres warstwiczny tego rodzaju powierzchni zmęczeniowej przedstawiono na rys. 2.

Linia *JAEHOK* odpowiada wykresowi naprężeń granicznych dla nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej, pozostałe linie wykresu dotyczą naprężeń granicznych dla ściśle określonych liczb cykli w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Dla parametrów obciążenia  $\sigma_{mj}$ ,  $\sigma_{ai}$  otrzymuje się  $N$  cykli do zniszczenia zmę-





Rys. 2

zeniowego: punkt D na wykresie. Znając krzywą zmęczeniową dla  $R = -1,0$  w postaci

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \sigma_{\alpha} N^{1/m_0} = C_0 & \quad \text{dla} \quad Z_{rc} \leq \sigma_{\alpha} < R_m, \\ N \rightarrow \infty & \quad \text{dla} \quad \sigma_{\alpha} < Z_{rc}, \\ N = N^* & \quad \text{dla} \quad \sigma_{\alpha} = R_m \end{aligned}$$

oraz krzywą zmęczeniową dla  $R = 0$  (oznaczając  $\sigma = \sigma_{\alpha} + \sigma_m$ ) w postaci

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \sigma N^{1/m} = C & \quad \text{dla} \quad Z_{rj} \leq \sigma < R_m, \\ N \rightarrow \infty & \quad \text{dla} \quad \sigma < Z_{rj}, \\ N = N^* & \quad \text{dla} \quad \sigma = R_m, \end{aligned}$$

można na podstawie rys. 2 opisać powierzchnię zmęczeniową zależnościami

$$(3.3) \quad N = \frac{N_0 Z_{rc}^{m_0}}{(\sigma_{\alpha} + \psi_{\sigma} \sigma_m)^{m_0}} \quad \text{dla} \quad -\infty < R \leq 0$$

oraz

$$(3.4) \quad N = N_0 \left[ \frac{Z_{rc} (R_m + \sigma_{\alpha} - \sigma_m)}{\sigma_{\alpha} R_m (1 + \psi_{\sigma})} \right]^{m_0} \quad \text{dla} \quad 0 < R < 1,0.$$

Współczynnik wrażliwości stałej na asymetrię cyklu  $\psi$  w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej może być opisany równaniem

$$(3.5) \quad \psi_{\sigma} = \frac{C_0}{C} N^{(1/m - 1/m_0)} - 1.$$



W dalszych rozważaniach ta powierzchnia zmęczenia oznaczana będzie cyfrą rzymską I.

Dalszym uproszczeniem powierzchni zmęceniowej jest przyjęcie płaszczyzny przechodzącej przez gałąź ograniczonej wytrzymałości krzywej zmęceniowej wyznaczonej przy  $R = -1,0$  i punkt o wartości  $R_m$  lub  $R_e$  na osi  $\sigma_m$ . Płaszczyzna ta skreślona równaniem

$$(3.6) \quad N = N_0 \left[ \frac{Z_{rc}}{\sigma_z} \left( 1 - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) \right]^{m_0}$$

i w dalszym ciągu oznaczana będzie cyfrą rzymską II.

Dla porównania, do obliczeń wykorzystano wzór Heywooda ( $H$ ) [11]

$$(3.7) \quad \frac{\sigma_z}{R_m} = \left( l - \frac{\sigma_m}{R_m} \right) [A_0 + \gamma (l - A_0)],$$

gdzie:

$$\gamma = \frac{\sigma_m (2 + \sigma_m / R_m)}{3 R_m}, \quad A_0 = \frac{1 + 0,0038 (\lg N)^4}{1 + 0,008 (\lg N)^4}$$

Parametry występujące w podanych wzorach wyznaczone na podstawie wyników badań zmęceniowych przy obciążeniu sinusoidalnym o stałej amplitudzie oraz  $R = -1,0$  i  $R = 0$  podano w tablicy 2.

Tablica 2

Oznaczenie	$R_m$	$Z_{rc}$	$Z_{rj}$	$N_0$	$N_0^*$	$N^*$	$m_0$	$m$	$C_0$	$C$
Jednostka	MPa	MPa	MPa	—	—	—	—	—	MPa	MPa
Wartość	363	103	172	$1,95 \cdot 10^6$	$1,12 \cdot 10^4$	$3,2 \cdot 10^4$	4,11	5,48	$3,53 \cdot 10^3$	$2,41 \cdot 10^3$

#### 4. OBLICZENIA TRWAŁOŚCI ZMĘCZENIOWEJ

W obliczeniach trwałości zmęceniowej węzła lutowanego przyjęto następujące warunki:

1. Schematyzację wykresu losowych naprężeń przeprowadzono sposobami  $LE$ ,  $PC$  i  $RG$ .
2. Wartości amplitud  $\sigma_z$  opisano rozkładem Rayleigha ( $R$ ), natomiast wartości średnie  $\sigma_m$  — rozkładem normalnym ( $N$ ).
3. Do obliczeń wykorzystano charakterystykę zmęceniową I, II i  $H$  oraz krzywą zmęceniową według zależności (3.1).
4. Przyjęto dwie odmiany liniowej hipotezy sumowania uszkodzeń zmęceniowych Palmgren–Minera ( $PM$ ) oraz jej postać zmodyfikowaną ( $L$ ), w której uwzględniono naprężenia mniejsze od granicy zmęczenia.
5. Obliczenia przeprowadzono dla czterech poziomów naprężeń maksymalnych w widmie  $\sigma_{\max} = 120, 160, 200$  i  $240$  MPa.



Wyniki obliczeń trwałości zmęczeniowej dla sposobu schematyzacji *LE* podano w tablicy 3.

Tablica 3

Lp.	Maksymalne na- prężenia w progra- mie $\sigma_{a_{max}}$ [MPa]	Trwałość zmęczeniowa $n_c$ w mln cykli	
		Hipoteza	
		<i>PM</i>	<i>L</i>
1	2	3	4
1	240	2,81	2,30
2	200	7,30	4,80
3	160	35,5	12,3
4	120	664,3	37,2

W celu umożliwienia analizy wpływu zależności opisujących charakterystykę zmęczeniową na wyniki obliczeń, obliczenia przeprowadzono z zastosowaniem zależności I, II i *H*, dla trzech poziomów maksymalnych naprężeń w widmie  $\sigma_{max} = 240, 200$  i  $160$  MPa, dla sposobu schematyzacji *PC* i rozkładu *R* wartości amplitud  $\sigma_a$  i rozkładu *N* wartości średnich  $\sigma_m$ . Wyniki tych obliczeń podano w tablicy 4.

Tablica 4

Lp.	Maksymalne naprężenie w programie $\sigma_{max}$ [MPa]	Trwałość zmęczeniowa $n$ w mln cykli		
		Zależność		
		<i>H</i>	<i>I</i>	<i>II</i>
1	2	3	4	5
1	240	0,13	3,76	3,52
2	200	3,8	9,34	7,57
3	160	1490,0	24,56	21,79

Złożone zależności opisujące charakterystykę zmęczeniową I powodują, że czas obliczeń na komputerze jest długi, sięgając w niektórych przypadkach 100 minut i jest dłuższy od czasu obliczeń z zastosowaniem zależności II kilkunastokrotnie. Celem oceny istotności różnic pomiędzy trwałością obliczoną z zastosowaniem tych zależności, wykonano obliczenia w tych samych warunkach naprężeń  $\sigma_{max} = 240, 200$  i  $160$  MPa, przyjmując rozkłady parametrów  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$ , które otrzymano ze schematyzacji losowych naprężeń sposobami *PC* i *RG*. Do obliczeń wykorzystano hipotezy *PM* i *L*. Wyniki obliczeń podano w tablicy 5.

W obliczeniach trwałości zmęczeniowej, według wzoru (1.1) ważne jest przyjęcie odpowiedniego obszaru całkowania *F*. Obszary te oznaczono na rys. 2: dla hipotezy *PM* obszar *HEJCH*, natomiast dla hipotezy *L* obszar *HKCH*. Obszary całko-



wania zostały wyznaczone dla linii granicznej  $N^*$  odpowiadającej naprężeniom  $\sigma_m + \sigma_a < R_m$ ; w przypadku przyjęcia kryterium makroskopowych odkształceń plastycznych linia graniczna  $N^*$  odpowiadałaby naprężeniom  $\sigma_m + \sigma_a < R_e$ .

Tablica 5

Lp.	Charakterystyka zmęczeniowa wg zależności	Naprężenie $\sigma_{\max}$ [MPa]	Trwałość zmęczeniowa $n$ w mln cykli obliczona dla poszczególnych sposobów schematyzacji (PC i RG)			
			PC		RG	
			PM	L	PM	L
1	2	3	4	5	6	7
1	I	240	3,19	2,57	24,8	9,5
2	II		2,83	2,31	20,5	8,65
3	I	200	8,32	5,25	67,0	20,33
4	II		7,96	5,09	62,1	19,21
5	I	160	36,0	13,8	1150	53,0
6	II		33,7	13,4	1007	52,3

## 5. PROGRAMOWANE BADANIA ZMĘCZENIOWE

Szczegółowy opis programowanych badań zmęczeniowych analizowanego węzła konstrukcyjnego podano w pracy [3]. W programowanych badaniach zmęczeniowych przyjmuje się, że trwałość zmęczeniowa wyrażona liczbą cykli do zniszczenia

Tablica 6

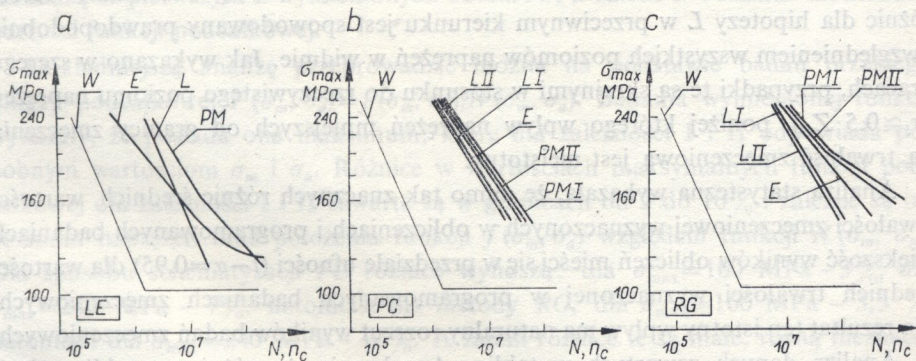
Lp.	Naprężenie maksymalne w programie $\sigma_{\max}$ [MPa]	Trwałość zmęczeniowa $n_c$ w mln cykli dla poszczególnych sposobów schematyzacji		
		LE	PC	RG
		3	4	5
1	2	3	4	5
1	240	0,194	5,85	5,13
2		0,408	1,36	8,95
3		0,663	2,05	14,50
4	200	0,915	2,62	18,3
5		0,986	4,23	27,9
6		2,43	6,13	85,2
7	160	4,48	11,5	89,5
8		8,25	24,1	215,0
9		9,55	58,0	345,0
10	120	152,0	—	—
11		275,0	—	—
12		534,0	—	—



zmęczeniowego jest funkcją maksymalnego naprężenia w programie; stąd wielkość ta przyjęta została w przedstawionych badaniach jako parametr zmiennych obciążeń. Dane omówione w punkcie 3 dotyczą realizacji, w której  $\sigma_{\max} = 200$  MPa, aby umożliwić analizę wyników obliczeń i badań w zależności od wartości naprężeń, przyjęto do badań dodatkowe poziomy wartości  $\sigma_{\max_i} = k\sigma_{\max}$ , gdzie  $k = 1,2; 1,0$  i  $0,8$ . W ogólności można napisać, że dodatkowe poziomy wartości  $\sigma_{\max_i}$  wzięto z realizacji losowych naprężeń  $\sigma_i(t) = k\sigma(t)$ . Według tej samej zależności zatem zmianie ulegają wszystkie wartości naprężeń w widmie (programie) obciążeń. Wyniki programowanych badań zmęczeniowych podano w tablicy 6.

## 6. ANALIZA WYNIKÓW I WNIOSKI

Porównanie danych z obliczeń zawartych w tabl. 3 z danymi z badań zawartymi w tabl. 6 kol. 3 wskazuje, że trwałość zmęczeniowa obliczona z wykorzystaniem hipotezy PM jest wyższa (poza poziomem  $\sigma_{a\max} \leq 120$  MPa), natomiast wyznaczona z wykorzystaniem hipotezy L—niższa (poza  $\sigma_{a\max} > 160$  MPa) od trwałości wyznaczonej w programowanych badaniach zmęczeniowych E. Podobne porównanie danych z obliczeń zawartych w tabl. 5 z danymi z badań zawartymi w tabl. 6, kol. 4 i 5 wykazuje, że we wszystkich przypadkach dla hipotezy PM obliczona trwałość zmęczeniowa jest większa, dla hipotezy L—mniejsza od trwałości wyznaczonej w programowanych badaniach zmęczeniowych. Spostrzeżenia te zilustrowano na rys. 3: a—dla sposobu schematyzacji LE, b—dla PC i c—dla RG. Przykładowe oznaczenie PM II na rys. 3b i c odpowiada krzywej trwałości wyznaczonej na podstawie obliczeń według hipotezy PM z wykorzystaniem w obliczeniach zależności II opisującej charakterystykę zmęczeniową.



Rys. 3

Zasadniczy wpływ na stwierdzone różnice ma przyjęta do obliczeń hipoteza i dokładność opisu charakterystyki zmęczeniowej. Przyjmując, że krzywa zmęczeniowa będąca podstawą obliczeń zmęczeniowych przedstawionych na rys. 3a jest dokładnym opisem charakterystyki zmęczeniowej, wyniki przedstawione na tym rysunku mogą stanowić podstawę oceny przyjętych do obliczeń hipotez PM i L.



Z analizy danych zawartych na rys. 3a wynika, że w zakresie maksymalnych naprężeń w widmie  $\sigma_{\max}$  od 160–240 MPa, który wykorzystany będzie do analizy dalszych metod, wyniki obliczeń według hipotezy *PM* dają średnio 3,36 razy, natomiast według hipotezy *L*—2,07 razy wyższe wartości w stosunku do wartości trwałości wyznaczonej w programowanych badaniach zmęczeniowych. Różnice te maleją w miarę obniżania się wartości naprężeń w widmie.

Podobne porównanie danych dla sposobu *PC*, przedstawionych na rys. 3b, daje dla charakterystyki według zależności I następujące wyniki. Trwałość obliczona według hipotezy *PM* jest średnio 1,23 razy większa, natomiast obliczona według hipotezy *L* jest średnio 179 razy mniejsza od trwałości wyznaczonej w programowanych badaniach zmęczeniowych. Odpowiednie wartości dla zależności II wynoszą 1,15 i 1,86.

Podobnie obliczone wartości dla sposobu schematyzacji *RG* i zależności I wynoszą: 4,6 i 3,26, natomiast dla zależności II: 4,04 i 3,36.

Z przedstawionych porównań wynika, że różnice między wyznaczoną trwałością na drodze obliczeń dla widma *PC* i *RG* z zastosowaniem charakterystyk zmęczeniowych według zależności I i II i wynikami programowanych badań są mniejsze od różnic otrzymanych dla widma *LE*.

Przesunięcie krzywych trwałości zmęczeniowej obserwowane na rys. 3b i c w kierunku mniejszych trwałości (w obszar bezpieczniejszych wyników) jest spowodowane przyjętymi uproszczeniami w zależnościach opisujących charakterystyki zmęczeniowe. Różnice wyników obliczeń i badań zależne są od przyjętej do obliczeń hipotezy i rosną (rys. 3b i c) w miarę obniżania się wartości naprężeń  $\sigma_{\max}$ . Wzrost ten obserwowany jest szczególnie dla hipotezy *PM*, sposobu schematyzacji *RG* i jest spowodowany prawdopodobnie nie uwzględnieniem wpływu naprężeń mniejszych od granicy zmęczenia na trwałość zmęczeniową. Natomiast wzrost różnic dla hipotezy *L* w przeciwnym kierunku jest spowodowany prawdopodobnie uwzględnieniem wszystkich poziomów naprężeń w widmie. Jak wykazano w szeregu pracach, przypadki te są skrajnymi w stosunku do rzeczywistego poziomu naprężeń ( $\sigma_i \cong 0,5 Z_G$ ), poniżej którego wpływ naprężeń mniejszych od granicy zmęczenia na trwałość zmęczeniową jest nieistotny.

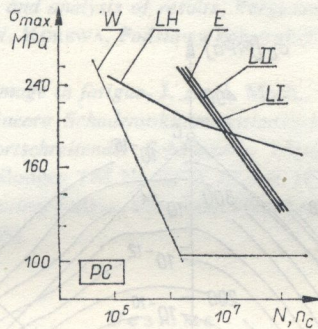
Analiza statystyczna wykazała, że mimo tak znacznych różnic średnich wartości trwałości zmęczeniowej wyznaczonych w obliczeniach i programowanych badaniach większość wyników obliczeń mieści się w przedziale ufności ( $1-\alpha=0,95$ ) dla wartości średnich trwałości wyznaczonej w programowanych badaniach zmęczeniowych. Na rezultat ten istotny wpływ ma naturalny rozrzut wyników badań zmęczeniowych.

Analiza danych zawartych w tablicy 4 wskazuje, że różnice w obliczeniach z wykorzystaniem zależności I i II opisujących charakterystykę zmęczeniową są małe (kol. 4 i 5), natomiast wyniki obliczeń z wykorzystaniem wzorów Heywooda (kol. 3) znacznie odbiegają od wymienionych wyżej wyników obliczeń i wyników programowanych badań zmęczeniowych (rys. 4).

Niewątpliwie najdokładniejsze—z wymienionych—są zależności I, w których powierzchnia zmęczeniowa przechodzi przez krzywe zmęczeniowe wyznaczone w badaniach z współczynnikiem  $R=-1,0$  i  $R=0$ , natomiast w zależności II tylko



przez krzywą zmęczeniową  $R = -1,0$ . Podstawową przyczyną znacznych niedokładności wzoru Heywooda jest przyjęcie doraźnej wytrzymałości na rozciąganie, jako podstawowej wielkości do opisu powierzchni zmęczeniowej. Omawiane w literaturze bardzo orientacyjne związki między własnościami statycznymi i zmęczeniowymi materiałów dotyczą przeważnie próbek gładkich.



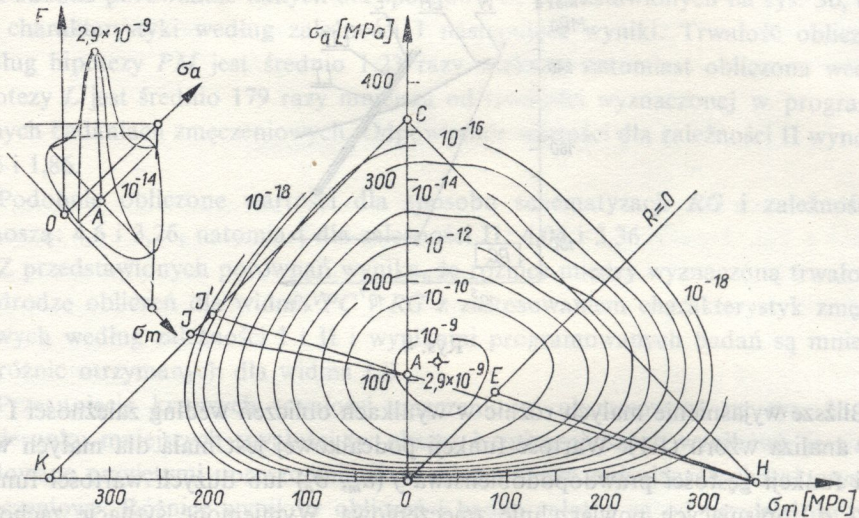
Rys. 4

Bliższe wyjaśnienie małych różnic w wynikach obliczeń według zależności I i II daje analiza wzoru (1.1). Wartość funkcji podcałkowej jest mała dla małych wartości funkcji gęstości prawdopodobieństwa  $f(\sigma_m, \sigma_a)$  lub dużych wartości funkcji  $N(\sigma_m, \sigma_a)$  opisujących powierzchnię zmęczeniową. Wymienione sytuacje zachodzą w krańcowych obszarach, dla małych wartości  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$  bliskich początkowi układu współrzędnych oraz dużych wartości  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$  bliskich granicy obszaru całkowania. Największe różnice w przebiegu powierzchni zmęczeniowej według zależności I i II zachodzą w pierwszym z wymienionych obszarów, a zatem w obszarze niewielkich wartości funkcji podcałkowej.

Dokładniejszą analizę przeprowadzić można na podstawie badań przebiegu funkcji podcałkowej  $F(\sigma_m, \sigma_a) = f(\sigma_m, \sigma_a) / N(\sigma_m, \sigma_a)$ . Badania wymienionej funkcji wykazały, że posiada ona maksimum, które dla zależności I i II odpowiada podobnym wartościom  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$ . Różnice w wartościach maksymalnych funkcji podcałkowej dla zależności I i II zawarte są w granicach od 3 do 10% i zależne są od poziomu naprężeń oraz położenia funkcji  $f(\sigma_m, \sigma_a)$  względem funkcji  $N(\sigma_m, \sigma_a)$ . Dla sposobu schematyzacji PC różnice wynoszą: dla  $\sigma_{max} = 160$  MPa – 3%, dla  $\sigma_{max} = 240$  MPa – 7%, natomiast dla metody RG, dla  $\sigma_{max} = 160$  MPa – 3,5%, natomiast dla  $\sigma_{max} = 240$  MPa – 10%. A zatem różnice te są małe, rosną nieznacznie w miarę wzrostu naprężeń w widmie. Odpowiednie różnice wartości funkcji podcałkowej odpowiadające wartościom  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$  bliskim granicy obszaru całkowania dla zależności I i II są wyższe i wynoszą od 25 do 70%. Stosunek jednak wartości minimalnych do wartości maksymalnych funkcji podcałkowej jest bardzo mały i jest mniejszy od 0,0001, co świadczy o małym wpływie wartości bliskich granicy całkowania na wartość całki we wzorze (1.1). Fakt ten podkreśla ponadto silnie malejący charakter funkcji podcałkowej dla wartości  $\sigma_m$  i  $\sigma_a$  poza obszarem maksimum funkcji.



Ilustracją graficzną przeprowadzonej wyżej analizy jest wykres warstwiczny funkcji podcałkowej  $F(\sigma_m, \sigma_a)$  przedstawiony na rys. 5. Wykres sporządzono dla obciążeń  $\sigma_{\max} = 240$  MPa, rozkładu normalnego wartości  $\sigma_m$ , Rayleigha dla  $\sigma_a$  oraz zależności I charakterystyki zmęczeniowej. W lewym górnym rogu rysunku przedstawiono w sposób schematyczny funkcję  $F(\sigma_m, \sigma_a)$  opartą na warstwiczy  $F = 10^{-14}$ .



Rys. 5

Z przedstawionej analizy wynika, że obszary, w których wartości funkcji  $N(\sigma_m, \sigma_a)$  obliczone zgodnie z zależnościami I i II znacznie różnią się od siebie, mają nieznaczny wpływ na wyznaczoną trwałość zmęczeniową. Powyższe stwierdzenie wykazuje celowość stosowania do obliczeń zmęczeniowych prostej zależności II, należy jednak zaznaczyć, że przedstawione wyżej dane dotyczą losowych obciążeń o małej wartości średniej w stosunku do wariancji procesu. Funkcje gęstości prawdopodobieństwa mają w przybliżeniu centralne położenie w stosunku do układu współrzędnych, a zatem i do charakterystyki zmęczeniowej. Tego rodzaju obciążenia charakterystyczne są dla szeregu maszyn, szczególnie elementów układów nośnych pojazdów mechanicznych, natomiast obciążenia układów statków latających i niektórych maszyn roboczych ciężkich, charakteryzują się znacznym przesunięciem funkcji  $f(\sigma_m, \sigma_a)$  względem środka układu współrzędnych, co spowodowane jest dużą wartością średnią procesu obciążeń w stosunku do wariancji. W drugim przypadku należy zatem do obliczeń stosować zależności I opisujące charakterystykę zmęczeniową.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. E. GASSNER, E. HAIBACH, *Testing procedures for the design and life estimation of fatigue sensitive structures*. Int. Conf. Struct. Safety and Reliability, Washington, D. C. Oxford e.a., 299–321, 1972.
2. J. KOWALEWSKI, *Beschreibung regelloser Vorgänge*, VDI-Z, 7, 1969.



3. J. SZALA, *Zastosowanie wybranych metod aproksymacji losowych zmian naprężeń do wyznaczenia trwałości zmęczeniowej*, Rozprawa doktorska, Politechnika Poznańska, 1974.
4. J. SZALA, *Badania i obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn w warunkach obciążeń losowych i programowanych*, Prace Instytutu Podstawowych Problemów Techniki PAN, 6, Warszawa 1979.
5. M. KAWAMOTO, H. ISHIKAWA, *A new mechanical random fatigue testing machine and some results*, Bull. of the ISME, 14, 72, 1971.
6. W. WEIBULL, *Fatigue testing and analysis of results*, Pergamon Press, 1961.
7. J. DIETRICH, S. KOCANDA, W. KOREWA, *Podstawy konstrukcji maszyn*, Cz. 1, WNT, 370-376, Warszawa 1974.
8. M. A. MINER, *Cumulative damage in fatigue*, J. Appl. Mech., 12, 3, 1945.
9. E. HAIBACH, *Modifizierte Lineare Schadensakkumulationshypothese zur Berücksichtigung des Dauerfestigkeitsabfalls mit fortschreitender Schädigung*, Laboratorium für Betriebsfestigkeit, Darmstadt, Technische Mitteilungen TM Nr 50/70, 15. Juli 1970.
10. R. B. HEYWOOD, *Designing against fatigue*, Chapman Hall, London 1962 [tłumaczenie rosyjskie w *Mašinostroenie*, Moskwa, 1969].

## Резюме

## ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ В УСЛОВИЯХ СЛУЧАЙНЫХ НАГРУЗОК С ШИРОКИМ СПЕКТРОМ

В работе обсужден метод оценки усталостной прочности в условиях случайных нагрузок с широким спектром, на примере результатов исследований и усталостных расчетов конструкционного узла. Предлагаемый метод расчетов, опирающийся на использовании линейных гипотез кумуляции усталостных повреждений и на упрощенные зависимости описывающие усталостную характеристику, оценен на основе сравнения результатов расчетов с результатами программированных усталостных исследований.

## SUMMARY

## FATIGUE LIFE EVALUATION IN THE CONDITIONS OF WIDE SPECTRUM RANDOM LOADS

The paper presents the method of evaluation of the fatigue life under the conditions of wide spectrum random loadings, demonstrated on the example of a structural joint. The proposed method of calculation is based on the linear hypotheses of cumulation of fatigue damages and on the simplified relations describing the fatigue characteristics; the method is then appraised by comparing the results of calculations with the results of programmed fatigue tests.

AKADEMIA TECHNICZNO-ROLNICZA, BYDGOSZCZ

Praca została złożona w Redakcji dnia 25 kwietnia 1979 r.