

KINEMATYKA OŚRODKA SYPKIEGO NA PRZYKŁADZIE WCISKANIA PŁASKIEGO STEMPLA

ANDRZEJ DRESCHER i ANDRZEJ BUJAK (WARSZAWA)

1. Wprowadzenie

Zagadnienie wciskania stempla w półnieskończony ośrodek sypki, znajdujący się w płaskim stanie odkształcenia, ze względu na praktyczne zastosowanie w przypadku fundamentowania posiada obszerną literaturę. Ścisłe rozwiązania statyczne, oparte na teorii plastyczności i sztywno-plastycznym modelu ośrodka, dla różnych warunków brzegowych zostały przedstawione przez W. W. SOKOŁOWSKIEGO [13] oraz H. LUNDGRENA i K. MORTENSENA [10].

W przeciwieństwie do rozwiązania statycznego kinematyka ośrodka sypkiego pozostaje do dziś kwestią kontrowersyjną. Istnieje szereg teorii opisu plastycznego pola prędkości ośrodka sypkiego, m.in. cztery następujące:

1. Teoria D. C. DRUCKERA i W. PRAGERA [5], zastosowana do zagadnienia stempla przez R. T. SHIELDA [12], oparta na przyjęciu «stowarzyszonego» z warunkiem Coulomba-Mohra prawa płynięcia. Konsekwencją przyjęcia stowarzyszonego prawa płynięcia jest pokrywanie się kierunków głównych tensorów naprężenia i prędkości odkształcenia oraz istnienie dodatniego przyrostu objętości w procesie — dylatacji.

2. Teoria G. DE JOSSELINA DE JONGA [8], oparta na nieściśliwości ośrodka i założeniu, że poślizgi w gruncie zachodzą wzdłuż linii poślizgu, co prowadzi do możliwości nie pokrywania się kierunków głównych.

3. Teoria A. JENIKE i R. T. SHIELDA [7]. Autorzy ci zaproponowali niestowarzyszone prawo płynięcia, w którym potencjał dla prędkości odkształceń jest związany z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra dla innych stałych materiałowych niż w przypadku rozwiązania statycznego.

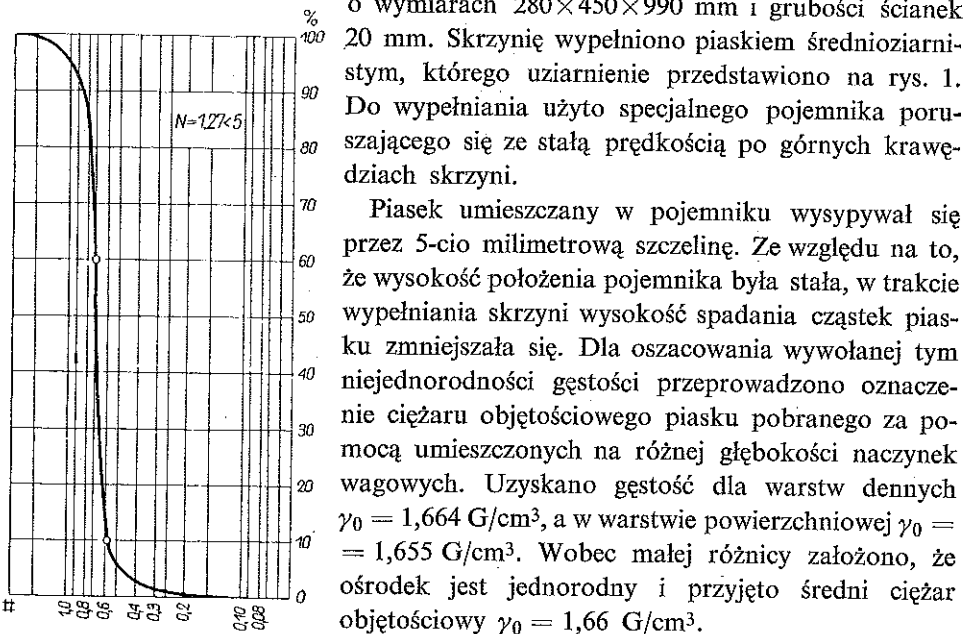
4. Teoria A. J. M. SPENCERA [15]. Autor ten przyjął, że prędkości odkształcenia są związane z prędkościami naprężenia przy założeniu nieściśliwości ośrodka.

Doświadczenia [1, 2, 3, 6, 9, 14, i 18] mające na celu określenie kinematyki wciskania stempla dotyczyły przede wszystkim wpływu warunków brzegowych i rodzaju gruntu na zasięg i powiększanie się stref plastycznych, kształt powierzchni poślizgu i jakościowy charakter obszarów odkształceń. Szczegółową analizę pola prędkości odkształceń przy wciskaniu stempla podał P. STUTZ [16 i 17] na podstawie badań na ośrodku utworzonym z wałeczków.

Celem niniejszej pracy było porównanie obrazu kinematyki ośrodka sypkiego bez kohezji, uzyskanego na podstawie doświadczeń nad wciskaniem płaskiego stempla w piasek i rozwiązania teoretycznego opartego na przyjęciu stowarzyszonego prawa płynięcia.

2. Opis doświadczeń

Doświadczenia wykonano na powszechnie stosowanej aparaturze modelującej płaski stan odkształcenia gruntu. Zasadniczą jej część stanowiła szklana skrzynia o wymiarach $280 \times 450 \times 990$ mm i grubości ścianek 20 mm. Skrzynię wypełniono piaskiem średnioziarnistym, którego uziarnienie przedstawiono na rys. 1. Do wypełniania użyto specjalnego pojemnika poruszającego się ze stałą prędkością po górnych krawędziach skrzyni.



Rys. 1. Krzywa uziarnienia

Piasek umieszczony w pojemniku wysypywał się przez 5-cio milimetrową szczelinę. Ze względu na to, że wysokość położenia pojemnika była stała, w trakcie wypełniania skrzyni wysokość spadania cząstek piasku zmniejszała się. Dla oszacowania wywołanej tym niejednorodności gęstości przeprowadzono oznaczenie ciężaru objętościowego piasku pobranego za pomocą umieszczonych na różnej głębokości naczynek wagowych. Uzyskano gęstość dla warstw dennych $\gamma_0 = 1,664$ G/cm³, a w warstwie powierzchniowej $\gamma_0 = 1,655$ G/cm³. Wobec małej różnicy założono, że ośrodek jest jednorodny i przyjęto średni ciężar objętościowy $\gamma_0 = 1,66$ G/cm³.

Kąt tarcia wewnętrzznego określono w aparacie bezpośredniego ścinania dla różnych gęstości piasku.

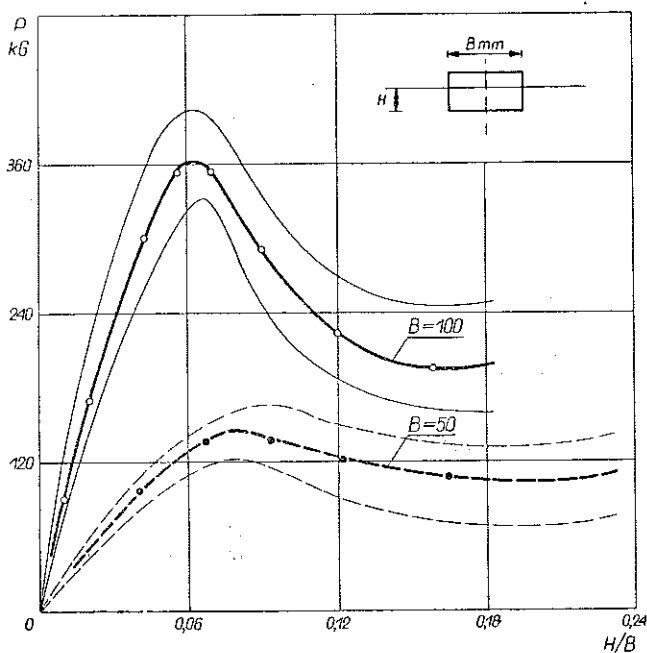
Następnie sporządzono wykres zależności $\varphi = \varphi(\gamma_0)$ i odczytano wartość odpowiadającą zagęszczeniu $\gamma_0 = 1,66$ G/cm³. Otrzymano $\varphi = 38^\circ$.

Jako układu obciążającego użyto przerobiony aparat trójosiowego ściskania produkcji krajowej ZAN UJ, na którego stole umieszczona była skrzynia. Trzpień przesuwany znajdujący się w górnej części aparatu połączono przez dynamometr ze stemplem. Ze względu na brak miejsca dynamometr wykonano w postaci rury grubościenniej z naklejonymi tensometrami. Wskazania tensometrów rejestrowano na mostku tensometrycznym metodą zerowania. Do badań użyto dwóch rodzajów stempli wykonanych z tekstolitu o wymiarach $100 \times 65 \times 280$ mm i $50 \times 65 \times 280$ mm. Stemple połączono w sposób sztywny z dynamometrem i trzpieniem obciążającym. Zapewniło to równoległość podstawy stempla do początkowej powierzchni ośrodka, konieczną w przypadku przeprowadzania doświadczeń przy danych kinematycznych warunkach brzegowych. Doświadczenia przeprowadzono jedynie dla stempli niezagłębionych przy stałej prędkości zagłębienia $v = 2,5$ mm/min. Przemieszczenia

cząstek piasku rejestrowano metodą fotograficzną aparatem ustawionym w odległości 90 cm od ścianki szklanej. Zdjęcia wykonywano w odstępach 1 min przy czasie ekspozycji 1 sek. wykonując średnio dla każdego badania 15 zdjęć. Dla stempla o szerokości 100 mm przeprowadzono 28 badań, a dla stempla o szerokości 50 mm 12 badań.

3. Zagadnienie statyczne

Dla analizy rozwiązania statycznego zagadnienia wciskania płaskiego stempla rejestrowano w trakcie doświadczeń zależność pomiędzy siłą nacisku a zagłębieniem stempla. Na rysunku 2 przedstawiono uzyskane zależności dla obu rodzajów stempli.



Rys. 2. Doświadczalny wykres zależności pomiędzy siłą nacisku a bezwymiarowym zagłębieniem

Krzywe grube przedstawiają wartości uśrednione, krzywe cienkie rozrzut wyników. W obu przypadkach kształt krzywych jest podobny i można wyróżnić trzy charakterystyczne obszary: 1) odpowiadający wyraźnemu wzrostowi siły nacisku stempla, 2) zmniejszania się nacisku wraz zagłębieniem oraz 3) stałej wartości nacisku.

Analogiczne wykresy zależności pomiędzy siłą nacisku a zagłębieniem przy danych warunkach kinematycznych wciskania stempla uzyskali m.in. J. BIAREZ [1], W. SYLWESTROWICZ [18] oraz E. SPENCER [14]. Badania Spencera wykazały, że kształt powyższej zależności zależy od stopnia zagęszczenia gruntu: dla gruntów silnie i średnio zagęszczonych uzyskuje się wykres odpowiadający przedstawionemu na rys. 2, dla gruntów bardzo luźnych — krzywa nie posiada maksimum.

Uzyskaną z doświadczeń graniczną wartość nacisku stempla porównano z rozwiązaniem teoretycznym jedynie dla stempla o szerokości 100 mm. Ze względu na

fakt, że w rozwiązaniu teoretycznym oparto się na modelu ciała sztywno-plastycznego, odrzucono część niestateczną wykresu pomiędzy siłą a zagłębieniem przyjmując, że momentowi uplastycznienia gruntu odpowiada obszar trzeci [1] i wartość siły $P = 200$ kG. Analizę zachowania się ośrodka w poszczególnych trzech obszarach podano przy omawianiu strony kinematycznej doświadczenia.

Rozwiązanie teoretyczne sprowadza się do wyznaczenia pola naprężeń dla zagadnienia wciskania stempla w płaski, półnieskończony, sztywno-plastyczny, wałki ośrodek sypki. Na powierzchni ośrodka dane jest obciążenie równomiernie rozłożone równe ciężarowi ośrodka zalegającego powyżej powierzchni stempla w momencie uplastycznienia (obszar trzeci), natomiast nie znany jest rozkład naprężeń pod stemplem. Ze względu na to, że modele były wykonane z tekstolitu, dającego dużą przyczepność piasku, przyjęto, że pomiędzy stemplem a ośrodkiem istnieje tarcie równe tarcia wewnętrznemu gruntu.

Rozwiązanie tego zagadnienia dla innych wartości φ i γ_0 podali H. LUNDGREN, K. MORTENSEN [10] i P. STUTZ [16] korzystając z równań równowagi

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma_0$$

i warunku plastyczności Coulomba-Mohra

$$\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \sin \varphi + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2} = 0.$$

Układ powyższych równań można sprowadzić przez pewne podstawienie do układu równań cząstkowych, quasi-liniowych typu hiperbolicznego dających się rozwiązać metodą charakterystyk. Równania te odniesione do linii poślizgu mają postać

$$\frac{\partial P}{\partial s_1} + 2P \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial s_1} = \frac{\gamma_0}{\cos \varphi} \sin(\theta + \varphi),$$

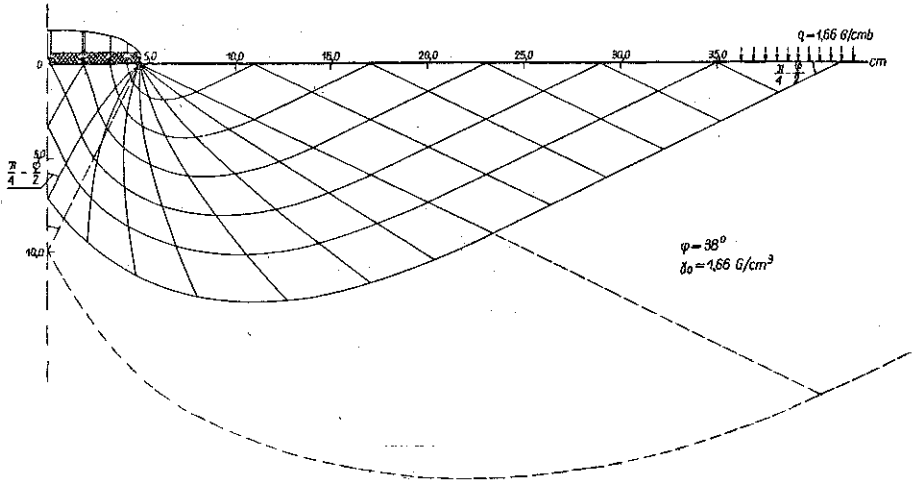
$$\frac{\partial P}{\partial s_2} - 2P \operatorname{tg} \varphi \frac{\partial \theta}{\partial s_2} = \frac{\gamma_0}{\cos \varphi} \cos \theta,$$

gdzie $P = -\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$, θ oznacza kąt nachylenia pierwszej linii poślizgu do osi x , a φ kąt tarcia wewnętrznego.

Powyższa postać równań zwana jest równaniami Köttera. Całkowanie układu równań hiperbolicznych wykonano metodą graficzną zaproponowaną dla metali przez W. PRAGERA [11], a następnie dostosowaną do ośrodków sypkich przez G. DE JOSSELINA DE JONGA [8] i opierającą się na wyznaczaniu śladu bieguna naprężeń na kole Mohra.

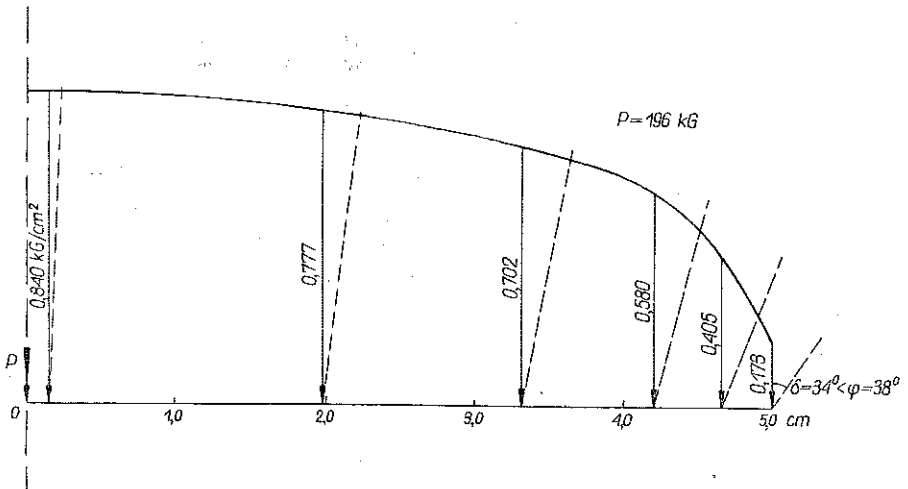
Na rysunku 3 przedstawiono uzyskane pole charakterystyk dla rozwiązań trzech zagadnień: zagadnienia Cauchy'ego w obszarze charakterystyk prostoliniowych, zwyrodniałego zagadnienia charakterystycznego w obszarze wachlarza i zagadnienia mieszanego pod stemplem. Pole charakterystyk jest symetryczne względem osi symetrii stempla. Na rysunku 3 zaznaczono również zasięg rozwiązania dla ośrodka

nieważkiego wg schematu Prandtla. Rozwiązanie takie daje równomierny rozkład naprężeń pod stemplem, podczas gdy uwzględnienie ważkości — rozkład nierównomierny.



Rys. 3. Charakterystyki pola naprężenia. Dla ośrodka nieważkiego charakterystyki pola naprężenia pokazano linią przerywaną

Otrzymany rozkład naprężeń pod stemplem przedstawiono na rys. 4. Widoczne jest, że w żadnym punkcie nie jest przekroczona przyczepność podłoża. Uzyskane rozwiązanie jest rozwiązaniem statycznie dopuszczalnym.



Rys. 4. Rozkład naprężenia pod stemplem

Obliczony z rozkładu naprężeń pod stemplem nacisk odpowiadający wymiarom stempla o szerokości 100 mm wynosi 196 kG. Porównanie tej wartości z wartością uzyskaną doświadczalnie daje dobrą zgodność.

4. Zagadnienie kinematyczne

Z twierdzeń ekstremalnych o nośności granicznej dla ciała idealnie plastycznego [4] wynika, że właściwą ocenę nośności granicznej dla danego zagadnienia brzegowego otrzymuje się w przypadku, gdy dla pola statycznie dopuszczalnego można zbudować (w oparciu o związki fizyczne danego materiału) pole kinematycznie dopuszczalne. Z tego względu po określeniu pola statycznego dla rozważanego zagadnienia brzegowego obliczono pole kinematyczne i porównano z wynikami doświadczeń (1).

Z istniejących teorii kinematyki ośrodka sypkiego wybrano rozwiązanie zastosowane do zagadnienia wciskania płaskiego stempla w ośrodek nieważki przez R. T. SHIELDA [12] a w ośrodek ważki przez P. STUTZA [16] i oparte na przyjęciu stowarzyszonego z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra prawa płynięcia, zaproponowanego dla ośrodków sypkich przez D. C. DRUCKERA i W. PRAGERA [5]. Prawo płynięcia ma postać

$$\dot{e}_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}},$$

gdzie \dot{e}_{ij} oznacza dewiator tensora szybkości odkształcenia, σ_{ij} tensor naprężenia, F warunek plastyczności oraz λ dowolny dodatni współczynnik.

W przypadku przyjęcia stowarzyszonego prawa płynięcia charakterystyki pola prędkości pokrywają się z charakterystykami pola naprężenia. Stąd w rozpatrzonym przypadku pozostają do określenia jedynie wektory prędkości. Wektory prędkości obliczono metodą graficzną stosując konstrukcję hodografu zaproponowanego przez PRAGERA [11].

Zasada hodografu opiera się na zachodzących wzdłuż charakterystyk związkach:

$$dv_1 - (v_1 \operatorname{tg} \varphi + v_2 \operatorname{sec} \varphi) d\theta = 0 \text{ (wzdłuż pierwszej linii poślizgu),}$$

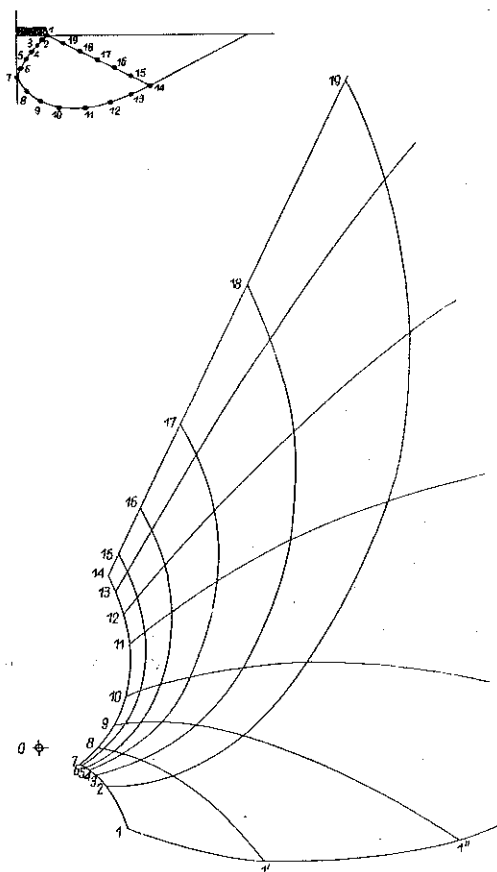
$$dv_2 + (v_1 \operatorname{sec} \varphi + v_2 \operatorname{tg} \varphi) d\theta = 0 \text{ (wzdłuż drugiej linii poślizgu),}$$

gdzie v_1 i v_2 oznaczają składowe wektora prędkości wzdłuż charakterystyk, φ kąt tarcia wewnętrznego oraz θ nachylenie pierwszej linii poślizgu do osi x , z których wynika, że charakterystyki są liniami zerowych wydłużeń. Znając wektory prędkości w dwóch punktach na dwóch charakterystykach można wyznaczyć graficznie wektor prędkości w punkcie przecięcia się charakterystyk [11].

Dla rozpatrywanego zadania warunkiem brzegowym dla określenia pola prędkości jest dana prędkość zagłębienia stempla, przyjęta w dalszych rozważaniach jako jedność. SHIELD [12] podał dwa możliwe schematy rozwiązania wciskania stempla. Pierwszy schemat oparty na rozwiązaniu podanym dla metali przez HILLA zakłada, że pod stemplem nie ma tarcia, drugi podany przez PRANDTLA zakłada istnienie sztywnego klina poruszającego się wraz ze stemplem. W omawianej pracy ze względu na istnienie tarcia pod stemplem przyjęto schemat drugi.

(1) Nie rozpatrujemy tu zagadnienia przedłużenia pola statycznego w obszar sztywny poniżej stempla,

Konstrukcję hodografu rozpoczęto od dwóch linii nieciągłości prędkości: charakterystyki odgraniczającej rozwiązanie statyczne od obszaru sztywnego i charakterystyki oddzielającej zdegenerowane zagadnienie charakterystyczne od sztywnego klina — rozwiązania mieszanego. Na tych dwóch liniach znaleziono analitycznie wektory prędkości w węzłach siatki charakterystyk, a następnie wykonano hodograf dla obszaru zdegenerowanego zagadnienia charakterystycznego. Hodograf przedstawiono na rys. 5, przy czym nie wykreślono siatki dla punktu osobliwego. W ob-

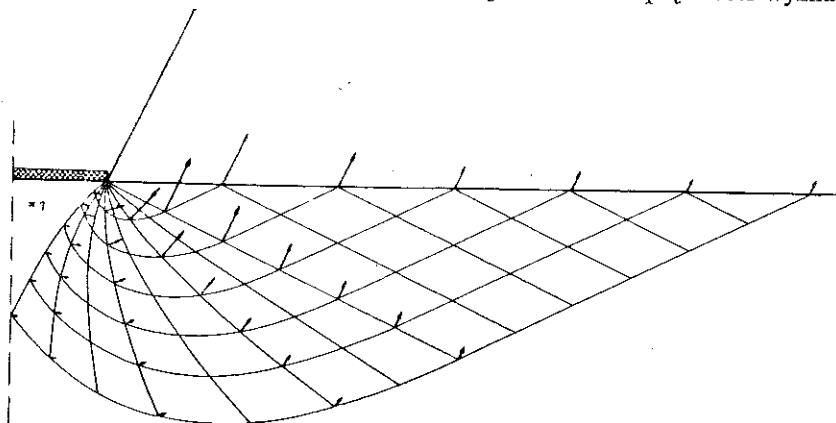


Rys. 5. Hodograf

szarze charakterystyk prostoliniowych wektory prędkości są stałe i równe odpowiednim wartościom uzyskany z hodografu w punktach 14, 15, 16, 17, 18 i 19. Na rys. 6 wykreślono charakterystyki pola prędkości i wektory prędkości odniesione do prędkości zagłębienia stempla.

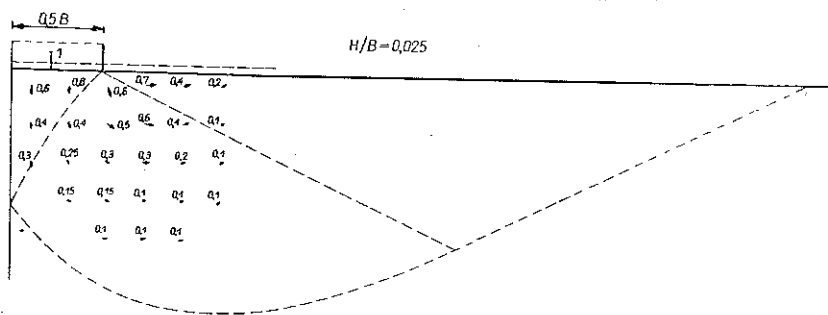
Pole prędkości obliczone teoretycznie porównano następnie z polem prędkości uzyskany doświadczalnie. Do określenia tego ostatniego wykorzystano zdjęcia fotograficzne pola przemieszczeń cząstek gruntu. Na kolejnych zdjęciach o formacie 18×24 cm, dających dwukrotne zmniejszenie rzeczywistego obrazu, wykreślono

siatkę współrzędnych o bokach 1 cm. Wewnątrz każdego oczka siatki wybierano charakterystyczne ziarno piasku. Następnie na uniwersalnym mikroskopie firmy Zeiss, dającym 30-krotne powiększenie, mierzono przemieszczenia wybranych cząstek z dokładnością 0,01 mm. Na każdym zdjęciu wykonywano pomiary średnio dla 60 ziaren. Znając czas pomiędzy kolejnymi zdjęciami obliczono pole prędkości cząstek, odnosząc je do prędkości zagłębienia. Założono, że uzyskane prędkości mają cząstki znajdujące się w środkach kwadratów założonej siatki. Pole prędkości wyznaczono



Rys. 6. Charakterystyki pola prędkości

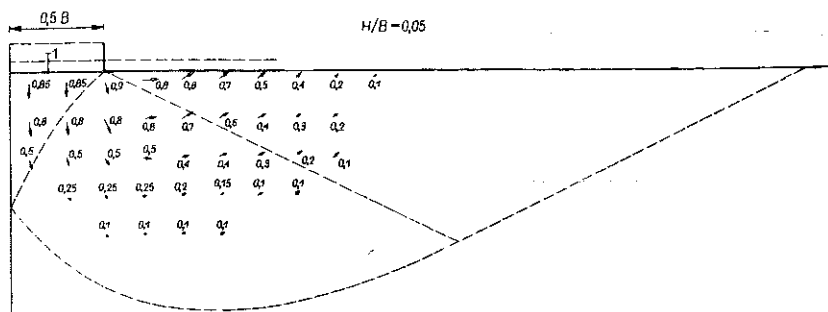
na podstawie 12 najlepszych badań, dających pełną symetrię obszarów odkształceń. Na rysunku 7 przedstawiono otrzymane doświadczalnie pole prędkości dla pierwszego obszaru na wykresie zależności pomiędzy siłą a zagłębieniem (rys. 2). Liniją przerywaną zaznaczono obszar rozwiązania teoretycznego. Z rysunku widać, że odkształcenia obejmują stosunkowo niewielki obszar pod stemplem, wartości wektorów



Rys. 7. Doświadczalne pole prędkości dla zagłębienia $H/B = 0,025$

są wszędzie mniejsze od jedności i nie obserwuje się wyraźnej powierzchni poślizgu. Badania E. SPENCERA [14] wykazały, że w obszarze tym zachodzi zagęszczenie ośrodka i związany z tym wzrost nacisku. Rysunek 8 przedstawia analogiczne pole prędkości odpowiadające obszarowi drugiemu. Według Spencera fazie tej towarzyszy tworzenie się powierzchni poślizgu. Pole prędkości dla trzeciego obszaru wykreślono

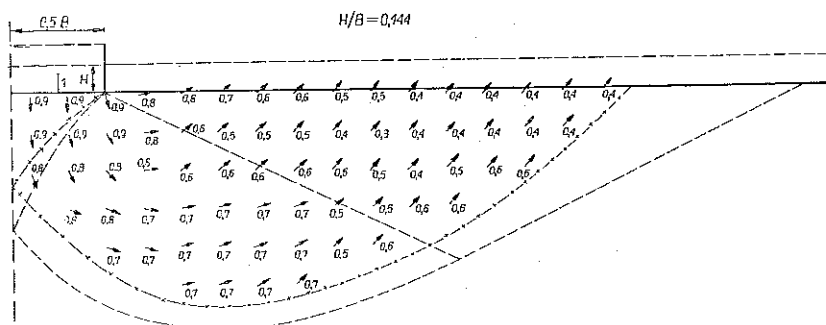
no na rys. 9. Na rysunku tym widoczna jest wyraźnie powierzchnia poślizgu, gdyż wektory prędkości w punktach sąsiadujących z obszarem sztywnym mają wartości znacznie większe od zera, a bliskie wartościom w pozostałym obszarze. Podobny obraz pola prędkości uzyskano dla kilku zdjęć odpowiadających obszarowi trzeciemu, co pozwala stwierdzić, że w obszarze tym zachodzi ustalone plastyczne płynięcie ośrodka.



Rys. 8. Doświadczalne pole prędkości dla zagłębienia $H/B = 0,050$

Porównanie pola określonego teoretycznie (rys. 6) i doświadczalnie (rys. 9) prowadzi do następujących wniosków:

1. Zasięg obu pól jest podobny.
2. Obserwuje się analogiczne obszary kierunków wektorów prędkości: obszar cząstek poruszających się wraz ze stemplem, obszar silnej zmiany kierunków i obszar kierunków równoległych. Ponadto, podobnie jak w rozwiązaniu teoretycznym, wektory określone doświadczalnie są odchyłone o pewien kąt od powierzchni poślizgu.

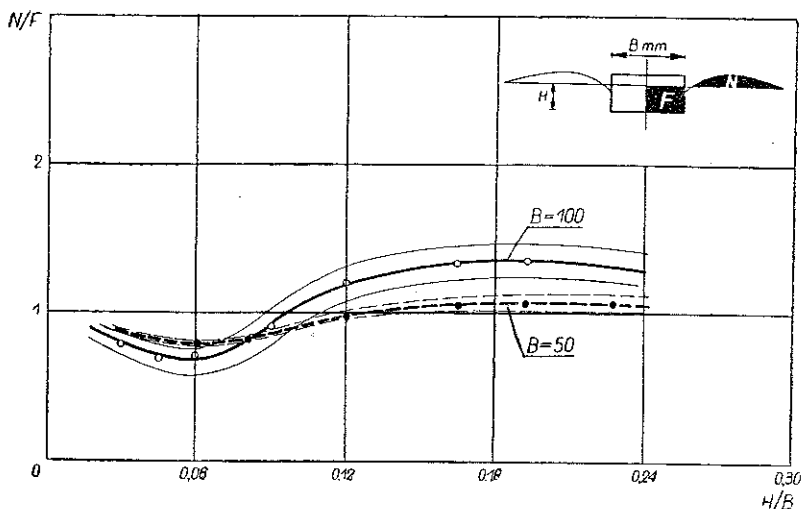


Rys. 9. Doświadczalne pole prędkości w chwili pełnego uplastycznienia ośrodka

3. Wartości wektorów prędkości w polu doświadczalnym są zawsze mniejsze od prędkości zagłębienia, podczas gdy w rozwiązaniu teoretycznym rosną wraz z oddaleniem od sztywnego klina i na wolnym brzegu osiągają wartości kilka lub kilkanaście razy większe.

Przy analizie obu pól należy zaznaczyć, że wyniki doświadczalne są obarczone pewnymi błędami spowodowanymi istnieniem tarcia pomiędzy cząstkami gruntu

i płaszczyzną szyb. Tarcie powoduje, że warstwy gruntu przylegające do szyb nie znajdują się w płaskim stanie odkształcenia. Obserwowana na powierzchni ośrodka różnica odległości pomiędzy stemplem a zasięgiem strefy wypływu w środku i przy powierzchni szyby wynosiła 4 cm. Wydaje się, że błąd spowodowany tarciem wpływa w największym stopniu na zasięg strefy odkształceń, natomiast w niewielkim stopniu na wartości wektorów prędkości jak i ich kierunki.



Rys. 10. Doświadczalny wykres zależności pomiędzy stosunkiem N/F a bezwymiarowym zagłębieniem

Istotne dane o wzajemnej zależności doświadczalnego i teoretycznego pola prędkości daje porównanie zmian objętości zachodzących w strefie odkształceń. W tym celu na kolejnych zdjęciach obliczono stosunek powierzchni gruntu wypartego ponad poziom początkowy do powierzchni zagłębionego stempla. Na rysunku 10 przedstawiono powyższy stosunek jako funkcję bezwymiarowego zagłębienia dla obu modeli użytych w doświadczeniach. Wartości stosunku mniejsze od jedności odpowiadają zagęszczeniu ośrodka, większe od jedności — rozluźnieniu. Odpowiedni wykres wskazuje, że w miarę zagłębienia się stempla zachodzi zagęszczanie gruntu, po którym pojawia się dodatni przyrost objętości i w końcu rozluźnienie.

Dla stempla o szerokości 100 mm fazie ustalonego płynięcia odpowiada maksymalna wartość stosunku $N/F = 1,35$, nieznacznie zmniejszająca się w trakcie dalszego zagłębienia. Nie pokrywanie się wartości stosunku N/F dla obu użytych stempli wskazuje, że odgrywa tu rolę stosunek wymiarów stempla do wielkości ziarn piasku, prawdopodobnie za mały w przypadku modelu o szerokości 50 mm.

Analogiczny stosunek obliczony z rozwiązania teoretycznego dla modelu o szerokości 100 mm wynosi 70, co odpowiada 50-cio krotnie większej średniej zmianie objętości niż obserwowana doświadczalnie.

5. Wnioski

Przeprowadzone badania doświadczalne kinematyki zagadnienia wciskania płaskiego stempla w ośrodek sypki, porównane z rozwiązaniem teoretycznym pola naprężeń i pola prędkości odkształceń, pozwalają sformułować następujące wnioski i uwagi.

1. Zastosowana metoda badań pozwoliła w sposób zadowalający wyznaczyć pole prędkości, przy czym tarcie na ścianach skrzyni nie zakłóciło w sposób istotny uzyskanych wyników.

2. Dla użytego piasku o określonej gęstości i przy danych warunkach kinematycznych zadania obserwuje się stopniowy rozwój strefy odkształceń plastycznych i związany z tym niestateczny wykres zależności pomiędzy siłą a zagłębieniem.

3. Uzyskana doświadczalnie graniczna wartość nacisku pokrywa się z wartością obliczoną teoretycznie przy uwzględnieniu ważkości ośrodka.

4. Zasięg pola prędkości obliczony teoretycznie, przy przyjęciu schematu rozwiązania Prandtla i stowarzyszonego prawa płynięcia, dość dobrze pokrywa się z zasięgiem pola uzyskanym doświadczalnie. Dla obu powyższych pól obserwuje się analogiczne trzy obszary rozwiązań.

5. Wartości wektorów prędkości otrzymane doświadczalnie różnią się kilkunastokrotnie od wartości obliczonych teoretycznie. Podobne różnice dla badań na modelu utworzonym z wałeczków uzyskał P. STUTZ [17].

6. W fazie ustalonego płynięcia średnia zmiana objętości ośrodka określona doświadczalnie w stosunku do obliczonej teoretycznie jest 50-cio krotnie mniejsza.

7. Zastosowane metody graficzne do wyznaczenia pola naprężeń i pola prędkości są bardzo efektywne i proste.

Spostrzeżenia omówione w punktach 5 i 6 wskazują, że pomimo dość dobrej zgodności zasięgów pola odkształceń określonych doświadczalnie i teoretycznie, przyjęcie stowarzyszonego z warunkiem plastyczności Coulomba-Mohra prawa płynięcia, jako prawa opisującego kinematykę ośrodka sypkiego, wydaje się być niesłuszne. Nieznaczna zmiana objętości obserwowana doświadczalnie potwierdza słuszność przyjęcia przez DE JOSSELINA DE JONGA [8] nieściśliwości ośrodka w fazie ustalonego płynięcia.

Dla ścisłego przedstawienia kinematyki ośrodka sypkiego wydaje się bardziej wskazane wykonanie badań na innym schemacie doświadczenia takim, w którym w trakcie badania nie uległyby zmianie warunki brzegowe, co ma miejsce w przypadku wciskania stempla. W przypadku stempla uplastycznienie ośrodka zachodzi przy pewnym zagłębieniu modelu i zmiennym w czasie doświadczenia krzywoliniowym brzegu, pomijanym w rozwiązaniu teoretycznym. Badania [1] wykazały, że w miarę dalszego zagłębienia zmienia się położenie i kształt linii nieciągłości pola prędkości, stąd też rozwiązanie teoretyczne odnosi się tylko do początku uplastycznienia.

Doświadczeniem pozbawionym tych wad może być wciskanie klina w przypadku, kiedy uplastycznienie zachodzi przy niezmiennych warunkach brzegowych dla dowolnego zagłębienia.

Literatura cytowana w tekście

1. J. BIAREZ, *Mechanika gruntów*, tłum. z franc., Ossolineum, 1963.
2. V. G. BIEREZANCEW, V. A. JAROSZENKO, *The bearing capacity of sands under deep foundations*, Proc. IV ICOSOMFE, London 1957.
3. W. BOJANOWSKI, T. JESKE, *Powierzchnia poślizgu i charakterystyki plastycznego pola naprężenia*, Arch. Inżyn. Ładow., 3, 9 (1963).
4. D. C. DRUCKER, H. J. GREENBERG, W. PRAGER, *The safety factor of an elastic-plastic body in plane strain*, J. Appl. Mech., 18, 1951.
5. D. C. DRUCKER, W. PRAGER, *Soil mechanics and plastic analysis of limit design*, Q. Appl. Math., 2, 10, (1952).
6. J. FEDA, *Research on the bearing capacity of loose soil*, Proc. V, ICOSOMFE, Paris 1961.
7. A. JENIKE, R. T. SHIELD, *On the plastic flow of Coulomb solids beyond original failure*, J. Appl. Mech., 1959.
8. G. DE JOSSELIN DE JONG, *Statics and kinematics in the failable zone of a granular material*, Delft 1959.
9. A. R. JUMIKIS, *The shape of rupture surface in dry sand*, Proc. V ICOSOMFE, Paris 1961.
10. H. LUNDGREN, K. MORTENSEN, *Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand*, Proc. III ICOSOMFE, Zurich 1953.
11. W. PRAGER, *A geometrical discussion of the slip line field in plane plastic flow*, Kungl. Tekn. Högsk., Handlingar, No 65, 1953.
12. R. T. SHIELD, *Mixed boundary value problems in soil mechanics*, Q. Appl. Math., 11 (1953).
13. В. В. СОКОЛОВСКИЙ, *Статика сыпучей среды*, Москва 1941.
14. E. SPENCER, *The movement of soil beneath model foundations*, Civil Eng. and Public Works Rev., June, July 1964.
15. A. J. M. SPENCER, *A theory of the kinematics of ideal soils under plane strain conditions*, J. Mech. Phys. Solids, Vol 12, No 5, 1964.
16. P. STUTZ, *Contribution a l'étude de la loi de deformation plastique des sols*, Docteur these, Grenoble 1963.
17. P. STUTZ, *Mecanique des sols. Ecoulement plastique d'un materiau de Coulomb a dilatation non standardisée. Application au probleme de poinçon*. Compte Rendus Acad. Sci. Paris., T 259, 1964.
18. W. SYLWESTROWICZ, *Experimental investigation of the behaviour of soil under a punch or footing*, J. Mech. Phys. Solids, 4, 1, (1953).

Резюме

КИНЕМАТИКА СЫПУЧЕЙ СРЕДЫ НА ПРИМЕРЕ ВДАВЛИВАНИЯ ПЛОСКОГО ШТАМПА

Работа носит экспериментальный характер и обсуждает результаты полученные при вдавливании штампа в сыпучую среду в условиях предельного равновесия в плоском деформированном состоянии.

Эксперименты проведенные в модельном ящике на одном типе песка с определенной плотностью и для двух видов штампов при заданных кинематических условиях — постоянной скоростью погружения штампа.

Во время проведения экспериментов регистрируется сила нажима в зависимости от вдавливания применяя при этом фотографический метод измерения поля перемещений частиц грунта.

Из поля перемещений строится поле скоростей в зависимости от величины приложенного нажима и вдавливания штампа.

Результаты экспериментов сравниваются с теоретическими решениями поля определяющими статическое и кинематическое поле при учете удельного веса среды.

Сравнение показывает, что кинематическое поле, расчет которого проводится при принятии ассоциированного закона текучести, не описывает экспериментально определенного поля скорости.

Summary

A STUDY OF KINEMATICS OF A GRANULAR BODY BY INDENTATION WITH A PLANE PUNCH

This is a discussion of the results of an experimental work consisting in indenting with a plane punch a granular body under the conditions of limit equilibrium. The state of strain is plane.

The experiments have been carried out using a box filled up with only one kind of sand of constant density and two kinds of punches under prescribed kinematics conditions i.e. that of constant velocity of penetration of the punch.

The pressure was recorded in function of the depth, as well as the displacement field of soil particles, the latter record being performed by the photographic method.

The velocity field was obtained from the displacement field in function of pressure and indentation depth.

The results of the experiments are confronted with the theoretical results obtained for a kinematically and statically admissible field, taking into consideration the weight of the body.

This confrontation shows that the kinematically admissible field computed by assuming the associated flow law does not represent the velocity field obtained experimentally.

ZAKŁAD MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGŁYCH
INSTYTUTU PODSTAWOWYCH PROBLEMÓW TECHNIKI PAN

Praca została złożona w Redakcji dnia 9 listopada 1965 r.