

## METODA OPISU GEOMETRII I NOŚNOŚCI ROBOCZEJ UKŁADÓW SKRAWAJĄCYCH KOPAREK HYDRAULICZNYCH

EUGENIUSZ B U D N Y (WARSZAWA)

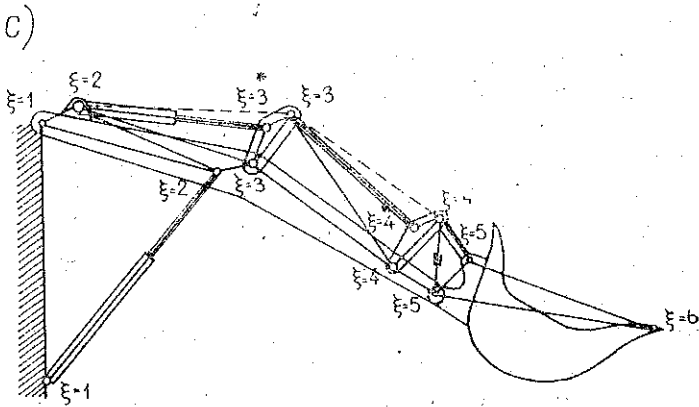
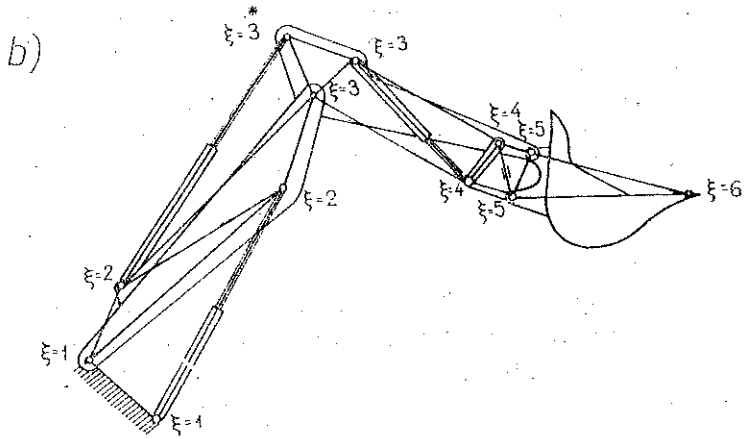
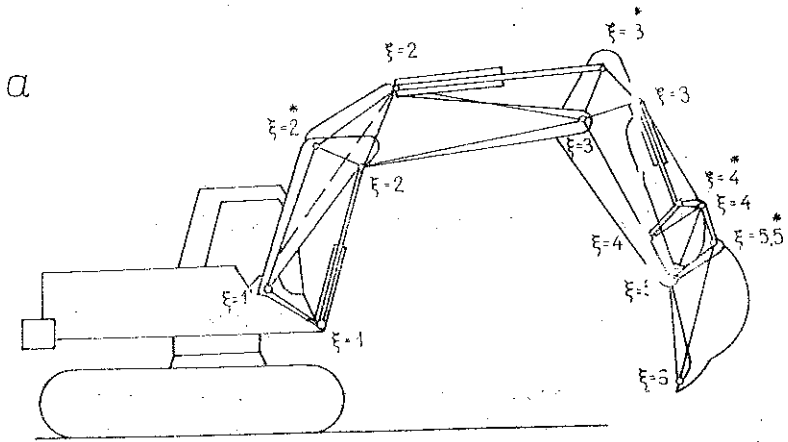
Praca stanowi próbę przeniesienia współczesnych metod matematyki i mechaniki ośrodków siatkowych do opisu geometrii oraz zjawisk statycznych zachodzących w układzie skrawającym (osprzęcie roboczym) koparek hydraulicznych. Układ skrawający koparki zastąpiono w rozważaniach geometrycznych jednoparametrowym układem regularnych segmentów (wieloboków). Pozwoliło to wprowadzić takie pojęcia, jak np. bazy wektorowe, metryka i koneksja, do analizy geometrycznej. W pracy zdefiniowano także nośność roboczą układu skrawającego koparek hydraulicznych. Do opisu i analizy tej nośności wykorzystano podstawowe pojęcia i metody nośności granicznej układów ramowych.

Przedstawiona metoda pozwala zarówno na pełne opisanie wszystkich możliwych konfiguracji układów skrawających jako funkcji składowych metryki jak i na analizę nośności roboczych w tych konfiguracjach. Pracę zilustrowano kilkoma przykładami numerycznymi.

### WSTĘP

Podstawowym i najbardziej rozpowszechnionym rodzajem układu skrawającego (nazywanym często w literaturze osprzętem roboczym) w koparkach hydraulicznych jest osprzęt podsiębierny. Składa się on jak widać z rysunku 1a z trzech członów: wysięgnika, ramienia i łyżki, poruszanych przez trzy niezależnie sterowane siłowniki hydrauliczne.

We wszystkich przypadkach analizowanych osprzętów (rys. 1a, 1b i 1c) możliwe jest zastąpienie rzeczywistego układu modelem zastępczym o regularnej siatkowej budowie. Własność ta pozwala zastosować do analizy badanych układów skrawających pojęcia i aparat matematyczny mechaniki ośrodków siatkowych. Celowość przyjęcia takiej metody wynika bezpośrednio z analizy literatury dotyczącej metod obliczania, analizy i projektowania osprzętów roboczych. Literatura naukowa na temat projektowania układów skrawających jest wyjątkowo skromna. Pewną próbą rozwiązania zagadnień racjonalnego projektowania są prace [4, 5, 6, 9, 10 i 11], w których podano analizę wybranych problemów mechaniki powstawania sił odspajania, zaproponowano terminologię oraz elementy metody wyznaczania sił i prędkości odspajania dla wybranych, niezbyt licznych, punktów sondażowych pola pracy koparki. Podstawą do tego rozwoju prac były klasyczne metody teorii mechanizmów [12], uzupełnione rozważaniami dotyczącymi zagadnień statyki i obszarów występowania granicznych sił odspajania w otoczeniu zęba łyżki [10 i 11]. Prace te charakteryzuje niejednorodność aparatu matematycznego i pojęciowego.



Rys. 1. Osprzęty robocze: a) koparki podsiębiernej, b) koparki przedsiębiernej, c) ładowarki kołowej

Są one także, zdaniem autora, niedostosowane do współczesnych potrzeb projektowania inżynierskiego oraz techniki numerycznej. Metody i pojęcia w nich zastosowane są dostosowane raczej do szczególnych rozważań przeprowadzanych w poszczególnych pracach niż do ogólnych metod i pojęć współczesnej mechaniki. Zdaniem autora, utrudnia to poważnie postawienie i efektywne rozwiązanie szeregu nowych trudniejszych zadań, których potrzebę uzasadnia rozwój techniki. Wymienić tu można dla przykładu analizę wpływu odkształcalności segmentów osprzętu na efektywność procesu skrawania, czy pewne zagadnienia związane z dynamiką koparek. Zaproponowana niżej metoda, zdaniem autora, odpowiada współczesnym kryteriom analizy układów mechanicznych i nadaje się do korzystania z technik komputerowych.

Przedstawiona poniżej rozprawa składa się ze wstępu oraz trzech rozdziałów. W rozdziale pierwszym opisano geometrię typowego układu skrawającego koparki. W tym celu poszczególne człony tego układu zastąpiono regularnymi wielokątami, tworzącymi jednoparametrowy układ siatkowy.

Dla tego układu wyprowadzono kolejno bazy podstawową i wzajemną, składowe metryki i koneksji oraz zdefiniowano przeniesienie równoległe wektora z jednego segmentu do następnego. Wyprowadzono także związki pomiędzy składowymi metryki i koneksji. Przedstawione w tym rozdziale pojęcia i związki stanowią pewne uogólnienie odpowiednich związków i pojęć wyprowadzonych w rozdziale pierwszym i drugim monografii [7] związane z inną budową siatki w stosunku do siatki rozpatrywanej w [7].

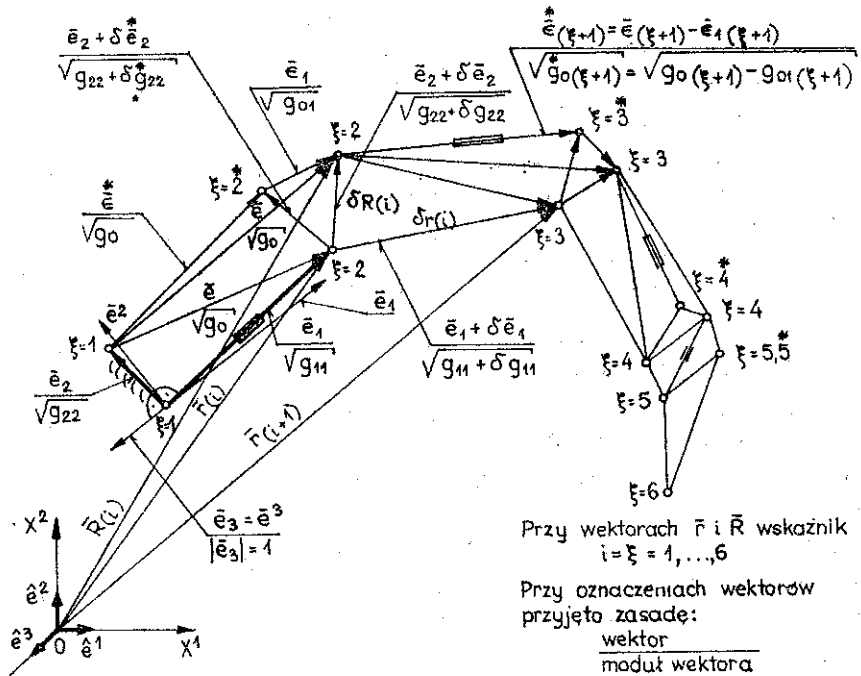
W rozdziale drugim zdefiniowano pojęcie nośności roboczej koparki wykazując, że jest ono najbardziej odpowiednie do określenia zdolności roboczych koparki. Do określenia nośności roboczej wykorzystano pojęcia i metody nośności granicznej układów ramowych takie, jak węzeł plastyczny oraz statycznie i kinematycznie dopuszczalne pole momentów. Analizę nośności roboczej przeprowadzono przy pełnym wykorzystaniu pojęć geometrycznych wprowadzonych w rozdziale pierwszym, co umożliwiło pełną formalizację zarówno analizy, jak i obliczeń numerycznych.

Rozdział trzeci poświęcony jest analizie numerycznej wybranego typu układu roboczego koparki. Podano przykłady obliczeń geometrycznych różnych konfiguracji układu oraz nośności roboczych w tych konfiguracjach. Przedstawiona analiza wykazuje przydatność metody dla procesu projektowania oraz pozwala na dokonanie pewnych ilościowych i jakościowych ocen układów skrawających.

Warto podkreślić, że przedstawiona metoda jest zgodna w tym sensie z procesem projektowania, że podstawowymi (pierwotnymi) wielkościami są odległości węzłów osprzętu i skoki siłowników poruszających układ, a więc te wielkości, które są zakładane w procesie projektowania. W dotychczasowych metodach jako wielkości pierwotne występowały długości i kąty, nie będące jak wiadomo wielkościami pierwotnymi w procesie projektowania, co poważnie komplikowało ten proces.

## 1. GEOMETRIA UKŁADU SKRAWAJĄCEGO KOPARKI

Jednym z pierwszych zadań w proponowanej metodzie jest opis geometrii dowolnego układu roboczego maszyny budowlanej. Analizując typowy osprzęt podsiębierny koparki wyodrębnimy w nim pewne punkty charakterystyczne, które odpowiadają przegubom łączącym poszczególne człony osprzętu roboczego i poruszającym je siłownikom hydraulicznym. Łącząc tak wybrane sąsiadujące węzły odcinkami prostymi otrzymamy siatkę płaską jednoparametrowego zbioru punktów o własnościach geometrycznych i kinematycznych zgodnych z układem rzeczywistym. W przypadku osprzętu podsiębiernego koparki otrzymujemy układ siatkowy zbudowany z pięciu powtarzalnych segmentów (rys. 2).



Rys. 2. Model zastępczy osprzętu roboczego. Punkty węzłowe, oznaczenia wektorów, modułów i węzłów siatki dyskretnej

Dokonyjmy sparametryzowania otrzymanego zbioru węzłów siatki. Postępując będziemy zgodnie z metodą zaproponowaną w pracy [7], po adaptacjach wynikających z rozpatrywania jednoparametrowego zbioru regularnych segmentów. Rozpatrzmy linię łamaną  $\xi$  stanowiącą dolny brzeg siatki pokazanej na rys. 2 jako skończony ciąg liczbowy  $\{\xi\}$  określony następująco:

$$(1.1) \quad \xi = \xi + n\Delta\xi,$$

gdzie  $n=0, 1, \dots, N$  oznaczają liczby naturalne, a  $\Delta\xi$  różnice postępu arytmetycznego, w którym  $\Delta\xi=1$  oraz  $\xi=0$ . Określmy z kolei na płaszczyźnie Euklidesa  $E^2$

promienie: wektory poprowadzone od ustalonego punktu odniesienia 0 do punktów dolnych modelu zastępczego, które oznaczymy  $\vec{r}_{(\xi)}$  i do punktów górnych, które oznaczymy  $\vec{R}_{(\xi)}$ .

Wektory te można wyrazić przez składowe:

$$(1.2) \quad \begin{aligned} \vec{r}_{(\xi)} &= x_{(\xi)}^i \hat{e}_i, \\ \vec{R}_{(\xi)} &= X_{(\xi)}^i \hat{e}_i. \end{aligned}$$

gdzie  $\hat{e}_i$  oznaczają jednostkowe wektory skierowane wzdłuż osi współrzędnych kartezjańskich,  $x_{(\xi)}^i$  współrzędne kartezjańskie punktów  $\xi$  określających koniec wektora  $\vec{r}_{(\xi)}$ , a  $X_{(\xi)}^i$  — współrzędne kartezjańskie punktów określających koniec wektora  $\vec{R}_{(\xi)}$  (rys. 2).

Zmieniając  $x$  i  $X$  w [2] spowodujemy, że  $\vec{r}_{(\xi)}$  i  $\vec{R}_{(\xi)}$  określać będą położenia węzłów osprzętu w przestrzeni  $E^2$ .

Ponieważ w pracy rozpatrywać będziemy przyrosty różnych funkcji (obiektów) dlatego zdefiniujemy dowolny przyrost obiektu  $\omega$ .

$$(1.3) \quad \delta\omega_{(\xi)} \stackrel{\text{def}}{=} \omega_{(\xi+1)} - \omega_{(\xi)}.$$

Pole obiektów  $\omega$  może być skalarne lub wektorowe, jedno lub wielowskaźnikowe.

Wektory  $\vec{e}_s$  określające położenia węzłów sąsiednich (rys. 2) można teraz zdefiniować następująco:

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \vec{e}_1 &= \delta\vec{r}, \\ \vec{e}_2 &= \delta\vec{R}. \end{aligned}$$

Uzupełnimy wektory  $\vec{e}_s$  dodatkowym wektorem  $\vec{e}_3$  prostopadłym do płaszczyzny stycznej o module równym jedności

$$(1.5) \quad \vec{e}_3 = \frac{\vec{e}_1 \times \vec{e}_2}{|\vec{e}_1 \times \vec{e}_2|} = \vec{e}^3 = 1.$$

Para wektorów (1.5), którą oznaczymy symbolem  $\vec{e}_s$ , określa nam lokalny układ współrzędnych i nazywać ją dalej będziemy bazą podstawową. Wektory bazy podstawowej uzupełnione wektorami najeżenia  $\vec{e}_3$  tworzą bazę podstawową przestrzeni  $\vec{e}_s$ . Bazę wzajemną (przestrzenną) tworzy układ wektorów  $\vec{e}_s$ , które definiujemy w sposób następujący:

$$(1.6) \quad \vec{e}^1 = \frac{\vec{e}_2 \times \vec{e}_3}{\sqrt{\det g_{st}}}, \quad \vec{e}^2 = \frac{\vec{e}_3 \times \vec{e}_1}{\sqrt{\det g_{st}}}, \quad \vec{e}^3 = \frac{\vec{e}_1 \times \vec{e}_2}{\sqrt{\det g_{st}}}.$$

We wzorach (1.6) występuje iloczyn skalarny

$$(1.7) \quad g_{st} = \vec{e}_s \cdot \vec{e}_t,$$

zwany dalej obiektem podstawowym. Jego składowe tworzą macierz kwadratową symetryczną o wyznaczniku

$$(1.8) \quad g = \det \{g_{st}\},$$

który jest miarą pola równoległoboku rozpiętego na wektorach  $\vec{e}_s$  i  $\vec{e}_t$ .

Składowe obiektu podstawowego określają metrykę, to znaczy podstawowe miary geometryczne pomiędzy punktami leżącymi na linii parametrycznej oraz kąty pomiędzy wektorami bez tych linii:

odległość między węzłem danym a następnym

$$(1.9) \quad l_s = |\bar{e}_s| = \sqrt{g_{ss}} \Delta \xi,$$

kąt pomiędzy linią parametryczną  $\xi^t$  a wektorami wychodzącymi z węzła danego  $\bar{e}_j$

$$(1.10) \quad \cos \varphi_{ij} = \frac{g_{ij}}{\sqrt{g_{ii} g_{jj}}}.$$

Określimy też podstawowe działania na wektorach. Wektor  $\bar{a}$  dany w punkcie  $\xi$  możemy wyrazić przez składowe w obydwu bazach podstawowej i wzajemnej:

$$(1.11) \quad \bar{a} = a^s \bar{e}_s = a_s \bar{e}^s.$$

Mnożąc skalarnie obie strony wzoru (1.11) odpowiednio przez  $\bar{e}_t$  i  $\bar{e}^t$  otrzymamy relacje transformacyjne

$$(1.12) \quad a^s = g^{st} a_t, \quad a_s = g_{st} a^t.$$

Moduł wektora  $\bar{a}$  można wyrazić wzorami

$$(1.13) \quad |\bar{a}| = \sqrt{g_{st} a^s a^t} = \sqrt{g^{st} a_s a_t} = \sqrt{a^s a_t},$$

a iloczyn skalarny wektorów  $\bar{a}$  i  $\bar{b}$

$$(1.14) \quad \bar{a} \cdot \bar{b} = g_{st} a^s b^t = g^{st} a_s b_t = a^s b_t.$$

Iloczyn wektorowy dla wektorów bazy podstawowej przestrzennej

$$(1.15) \quad \bar{e}_\alpha \times \bar{e}_\beta = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{e}^\gamma \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3)$$

i dla wektorów bazy wzajemnej

$$(1.16) \quad \bar{e}^\alpha \times \bar{e}^\beta = \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \bar{e}_\gamma.$$

Model zastępczy rozpatrywanego przez nas układu skrawającego składa się, jak widać z rys. 2, z pięciu powtarzalnych segmentów. Wynika stąd, że wzory wprowadzone dla dowolnego segmentu będą poprawne dla pozostałych. Dla pełnego określenia boków dowolnego segmentu wprowadzimy dodatkowe wektory  $\bar{\epsilon}$ ,  $\epsilon$ ,  $\epsilon_1$  (rys. 2). Można je wyrazić przez wektory bazy  $\bar{e}_s$  następującymi wzorami:

$$(1.17) \quad \bar{\epsilon} = \bar{e}_1 - \bar{e}_2, \quad \epsilon = a^s \bar{e}_s, \quad \epsilon_1 = b^s \bar{e}_s.$$

Moduły tych wektorów (kwadraty, których oznaczymy przez  $g_d$ ,  $g_0$  i  $g_{01}$ ) są następujące:

$$(1.18) \quad \begin{aligned} \text{mod } \bar{\epsilon} &\stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{g_d} = \sqrt{g_{11} + 2g_{12} + g_{22}}, \\ \text{mod } \epsilon &\stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{g_0} = \sqrt{a^s a^t g_{st}}, \\ \text{mod } \epsilon_1 &\stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{g_{01}} = \sqrt{b^s b^t g_{st}}. \end{aligned}$$

W każdym z segmentów można także wprowadzić pojęcie koneksji, rozumianej jako zbiór składowych przyrostów wektorów bazy podstawowej przy przejściu z punktu  $\xi$  do punktu  $\xi+1$  lub  $\xi+1^*$  na linii parametrycznej:

$$(1.19) \quad \frac{\delta \bar{e}_s}{\Delta \xi} \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma_s^t \bar{e}_t, \quad \frac{\delta \bar{e}_s^*}{\Delta \xi} \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma_s^t \bar{e}_t^*,$$

i bazy wzajemnej

$$(1.20) \quad \frac{\delta \bar{e}^s}{\Delta \xi} \stackrel{\text{def}}{=} A_t^s \bar{e}^t, \quad \frac{\delta \bar{e}^{s*}}{\Delta \xi} \stackrel{\text{def}}{=} A_t^s \bar{e}^{t*}.$$

Badając przyrost obiektu  $g_s^t$  możemy wyznaczyć związek pomiędzy  $\Gamma_s^t$  i  $A_t^s$ . Oczywiście  $\delta g_s^t = 0$ , więc

$$(1.21) \quad \Gamma_s^t + A_t^s + \Gamma_s^k A_k^t = 0.$$

Chcąc analizować tak otrzymane pole wektorowe wyrażone przez kowariantne lub kontrawariantne składowe (1.11) jednej z baz zbioru liniowego, należy wprowadzić jeszcze jedną ważną definicję przyrostu kowariantnego

$$(1.22) \quad \delta \bar{a} = \delta (a^s \bar{e}_s) = \bar{e}_s \delta a^s + (a^s + \delta a^s) \delta \bar{e}_s = [\delta a^t + (a^s + \delta a^s) \Gamma_s^t] \bar{e}_t.$$

Wyrażenia w nawiasie są zgodnie z (1.11) kowariantnymi składowymi przyrostu  $\delta a$ . Oznaczmy go w sposób następujący:

$$(1.23) \quad V a^t = \delta a^t + (a^s + \delta a^s) \Gamma_s^t.$$

W przedstawionej metodzie ważną rolę spełniają związki pomiędzy współczynnikami koneksji, a składowymi obiektów metryki. Korzystając z (1.19) możemy napisać wzór na wektory  $\bar{e}_s + \delta \bar{e}_s$  (rys. 2)

$$(1.24) \quad \bar{e}_s + \delta \bar{e}_s = \bar{e}_s + \Gamma_s^t \bar{e}_t.$$

Wyrażając moduły tych wektorów zgodnie z (1.7) i (1.24) otrzymamy, po napisaniu w formie rozwiniętej i podniesieniu do kwadratu obu stron równań, poszukiwane zależności wiążące składowe obiektów metryki ze współczynnikami koneksji  $\Gamma_s^t$ :

$$(1.25) \quad \begin{aligned} \delta g_{22} &= 2\Gamma_2^t g_{t2} + \Gamma_2^t \Gamma_2^s g_{ts}, \\ g_0 &= g_{11} + 2\Gamma_2^t g_{t1} + \Gamma_2^t \Gamma_2^s g_{ts}; \end{aligned}$$

$$(1.26) \quad \begin{aligned} \delta \bar{g}_{22} &= 2\bar{\Gamma}_2^t \bar{g}_{t2} + \bar{\Gamma}_2^t \bar{\Gamma}_2^s \bar{g}_{ts}, \\ \bar{g}_0 &= g_{11} + 2\bar{\Gamma}_2^t g_{t1} + \bar{\Gamma}_2^t \bar{\Gamma}_2^s g_{ts}; \end{aligned}$$

$$(1.27) \quad \begin{aligned} \delta g_{11} &= \delta g_{11} + \delta g_{22} - 2(\Gamma_2^t g_{t2} + \Gamma_2^t g_{t1} + \Gamma_1^t \Gamma_1^s g_{ts}), \\ \delta g_{11} &= 2\Gamma_1^t g_{t1} + \Gamma_1^t \Gamma_1^s g_{ts}. \end{aligned}$$

Układ równań (1.26) jest analogiczny do (1.25) i wynika stąd, że w powtarzalnym segmencie rozróżniamy na mocy (1.19) następujące przyrosty (rys. 2):

$$(1.28) \quad \delta \bar{e}_2 = \Gamma_2^t \bar{e}_t, \quad \delta \bar{e}_2^* = \bar{\Gamma}_2^t \bar{e}_t^*, \quad \delta \bar{e}_1 = \Gamma_1^t \bar{e}_t.$$

W efekcie otrzymaliśmy dla każdego segmentu trzy układy dwóch równań algebraicznych kwadratowych względem współczynników koneksji i liniowych względem przyrostów składowych metryki. Przy ich rozwiązywaniu omówimy najpierw, które ze składowych metryki, spełniających rolę zmiennych niezależnych są stałe, a które zmienne. W segmencie pierwszym zmianie podlega łącznik  $\sqrt{g_{11}}$  zastępujący siłownik wysięgnika, w drugim łącznik  $\sqrt{g_{0(2)}}$  odpowiadający siłownikowi ramienia, natomiast w segmencie trzecim łącznik  $\sqrt{g_{0(3)}}$  będący odpowiednikiem siłownika łyżki. Zmiana długości łącznika wywołuje odpowiednią zmianę długości łącznika  $\sqrt{g_{A(4)}}$  w segmencie czwartym. Znając parametry metryki dla każdej dowolnej konfiguracji osprzętu, odpowiadającej założonym skokom siłowników hydraulicznych, wyznaczmy ze związków (1.25)–(1.27) odpowiadające im współczynniki koneksji. W ten sposób otrzymamy bezpośredni związek pomiędzy danymi skokami siłowników a położeniem końca osprzętu.

Dla określenia położenia zębów łyżki w dowolnej konfiguracji zachodzi potrzeba wprowadzenia nieruchomego układu współrzędnych oraz wykorzystania własności przeniesienia równoległego wektora. Przy wyborze układu współrzędnych istnieje zupełna dowolność. Może to być układ współrzędnych kartezjańskich z początkiem w punkcie 0, bądź, jak to wybrano w niniejszej pracy, układ wektorów

$$\bar{e}^1 \perp \bar{e}_2$$

w punkcie  $\xi=1$  stanowiącym początkowy punkt osprzętu roboczego (rys. 2).

W celu transformacji lokalnych układów współrzędnych do układu początkowego wykorzystamy związki na przeniesienie równoległe wektora  $\bar{K}$  wzdłuż linii parametrycznej  $\xi$

$$(1.29) \quad \delta \bar{K} = \nabla k^s \bar{e}_s, \quad \Delta \xi = [\delta k^s + (k^t + \delta k^t) \Gamma_{t1}^s]_{(\xi)} \bar{e}_{s(\xi)} = 0$$

W formie rozwiniętej otrzymamy następujące związki rekurencyjne:

$$(1.30) \quad \begin{aligned} k_{(\xi)}^1 &= (1 + \Gamma_{11}^1(\xi)) k_{(\xi+1)}^1 + \Gamma_{21}^1(\xi) k_{(\xi+1)}^2, \\ k_{(\xi)}^2 &= \Gamma_{11}^2(\xi) k_{(\xi+1)}^1 + (1 + \Gamma_{22}^2(\xi)) k_{(\xi+1)}^2, \end{aligned}$$

które możemy wykorzystywać w obie strony.

Nieruchomy układ współrzędnych oraz wzory na przeniesienie równoległe wektora pozwalają orientować wszystkie wektory modelu dyskretnego według stałego układu odniesienia, jak również określać kierunki np. podłoża, sił grawitacyjnych, zasięgu maksymalnego itp. Wzory te posłużyły do napisania programów numerycznych wyznaczających geometrię, pole pracy i zasięgi osprzętu roboczego koparki.

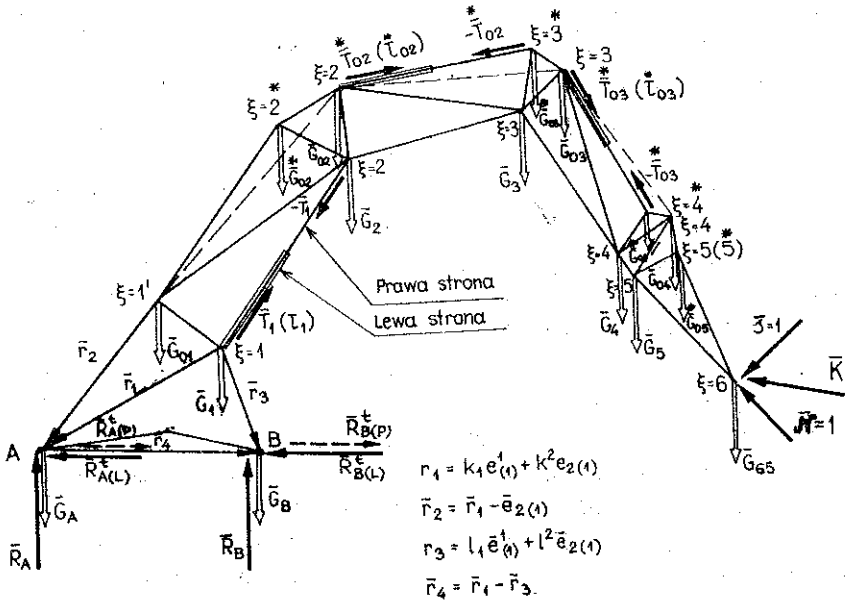
## 2. NOŚNOŚĆ ROBOCZA UKŁADU SKRAWAJĄCEGO

Układ skrawający, pokazany na rysunku 3, obciążony jest następująco:

1) siłami ciężkości elementów tego układu, które zastąpimy układem sił skupionych rozmieszczonych w węzłach siatki. Siły te zachowują w każdej konfiguracji osprzętu ten sam kierunek zgodny z prawem ciężenia;



2) siłą odspajania  $\bar{K}$ , którą możemy traktować jako sumę dwóch składowych  $\bar{N}$  i  $\bar{S}$ , z których każda jest odpowiednio zorientowana w stosunku do łyżki.



Rys. 3. Obciążenia działające na osprzęt roboczy.  $\bar{G}_i$  siły ciężkości skupione w węzłach,  $\bar{T}_1, T_{02}^*$  i  $T_{03}^*$  siły działające w siłownikach hydraulicznych,  $\bar{N}$  i  $\bar{S}$  składowe siły odspajania  $K$

Ze względu na stwierdzoną uprzednio niejednorodność gruntu siła  $\bar{K}$  może mieć różną wartość i kierunek, których nie można praktycznie przewidzieć. Stąd też najstuszniejsze wydaje się być poszukiwanie maksymalnych wartości siły  $\bar{K}$  dla kolejnych konfiguracji osprzętu ze względu na warunki stateczności koparki oraz maksymalne ciśnienia w obwodach siłowników hydraulicznych, poruszających osprzęt. Maksymalną siłę  $\bar{K}$  można uznać za miarę zdolności roboczej koparki w kolejnych konfiguracjach. Z punktu widzenia mechaniki metodę określania nośności roboczej osprzętu sprowadzić można do znanej metody określania nośności granicznej układów belkowych.

W przypadku układu skrawającego koparki ograniczymy nasze rozważania do poszukiwania kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów układu skrawającego, co pozwoli określić górną granicę sił  $\bar{K}$  w kolejnych konfiguracjach.

W tym celu wprowadzimy pojęcie kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu układu skrawającego, które stanowi odpowiednik kinematycznie dopuszczalnego mechanizmu płynięcia w układach belkowych.

W celu przeanalizowania kinematycznie dopuszczalnych mechanizmów układu skrawającego określimy równowagę koparki dla trzech możliwych ruchów roboczych: łyżki, ramienia i wysięgnika. Każdemu z tych ruchów odpowiadają cztery ograniczenia od węzłów kinematycznych osprzętu i cztery ograniczenia od warunków stateczności (rys. 3).

Jeżeli jeden z siłowników jest czynny (wywierane jest ciśnienie w siłowniku), to siła odspajania przezeń wywołana ograniczana jest przez siły reakcji po lewej i prawej stronie tłoka w dwóch pozostałych (biernych) siłownikach osprzętu oraz przez warunki stateczności, do których należą wywrot koparki do przodu lub do tyłu, jak również, poślizg względem podłoża w obydwu kierunkach. Możliwe ruchy lub ograniczenia w polu pracy koparki ponumerujemy następująco:

Ruchy robocze bądź ograniczenia od więzów kinematycznych (zaworów przelewowych):

1) po wewnętrznej (lewej) stronie tłoka siłownika łyżki, 2) po zewnętrznej (prawej) stronie tłoka siłownika łyżki, 3) po wewnętrznej (lewej) stronie tłoka siłownika ramienia, 4) po zewnętrznej (prawej) stronie tłoka siłownika ramienia 5) po wewnętrznej (lewej) stronie tłoka siłownika wysięgnika, 6) po zewnętrznej (prawej) stronie tłoka siłownika wysięgnika.

Ograniczenia wynikające z warunków stateczności: 7) przy wywrocie koparki względem krawędzi *A*, 8) przy wywrocie koparki względem krawędzi *B*, 9) przy poślizgu do tyłu (w lewo) i 10) przy poślizgu do przodu (w prawo).

Badać będziemy równowagę układu skrawającego dla następujących przypadków: 1) równowaga układu w punkcie działania siły czynnej wywołującej obrót łyżki (ruch nr 1), 2) równowaga układu przy obrocie osprzętu w punkcie zamocowania ramienia (ruch nr 3), 3) równowaga układu przy obrocie w punkcie zamocowania wysięgnika (ruch nr 6), 4) utrata stateczności koparki względem podpory *A*, określająca początek wywrotu do tyłu (ruch nr 7), 5) utrata stateczności poziomej względem podłoża do przodu (ruch nr 9).

Dla wyznaczenia sił  $\bar{N}$  i  $\bar{S}$  przyjmijmy pięć mechanizmów działania układu wymienionych w tablicy 1, które sprawdzimy na pozostałe warunki.

Tablica 1

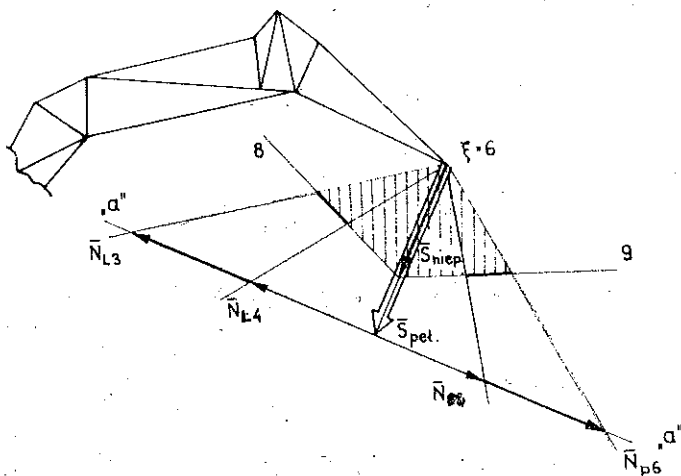
Mechanizm nr	Ruchy składowe	Siły		Sprawdzenie na warunki						
		$\bar{N}$	$\bar{S}$	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>
I	1,3			4	5	6	7	8	9	10
II	1,6			3	4	5	7	8	9	10
III	3,6			1	2	5	7	8	9	10
IV	1,7			3	4	5	6	8	9	10
V	1,9			3	4	5	6	7	8	10

Każdy z mechanizmów (np. 1, 3; 1, 6 itd) obejmuje dwa przypadki ruchu dając dwa równania równowagi momentów pozwalające na wyznaczenie poszukiwanych składowych siły odspajania  $\bar{K}$  dla danej konfiguracji. Wprowadzimy też, z powodów które będą wyjaśnione dalej, dwa bardzo pomocne pojęcia pełnej i niepełnej nośności:

Pełną nośnością, przy danym ruchu roboczym siłownika, nazywać będziemy taki mechanizm, który zawiera jako jedno z ograniczeń — ograniczenie odpowiadające temu ruchowi siłownika. Dla przykładu na wydruku ograniczeń z kom-

putera przy czynnym siłowniku łyżki otrzymamy dwie liczby, np (2.6), co oznacza, że w tej konfiguracji nośność roboczą koparki ograniczają mechanizmy (2,1) i (1,6).

Niepełną nośnością, przy danym ruchu roboczym siłownika, nazywać będziemy taki mechanizm, który nie zawiera ograniczenia odpowiadającego temu ruchowi roboczemu. Dla przypadku pokazanego na rys. 4 będą to ograniczenia 8,9, które dla odróżnienia obwiedziono prostokątem.



Rys. 4. Wyznaczanie nośności roboczej koparki

W celu wyznaczenia równań równowagi momentów układu skrawającego dokonamy na wstępie równoległego przeniesienia, zgodnie z (1.30) jednostkowych sił  $\mathcal{P}$  i  $\mathcal{N}_z$  punktu  $\xi=6$  kolejno do punktu  $\xi=1$ . Podobnie dla określenia kierunku działania sił ciężkości dokonamy też przeniesienia równoległego jednostkowego wektora ciężaru  $\mathcal{G}$  z punktu  $\xi=1$  do punktu  $\xi=6$  (rys. 3). Następnie wyznaczmy dla każdego węzła osprzętu leżącego na linii parametrycznej  $\xi$  sumy sił zewnętrznych  $\bar{P}_{(j)}$  i momentów gnących  $\bar{M}_{(j)}$  (gdzie wskaźniki  $i=1, \dots, 6$  oznaczają numery węzłów, a wskaźniki  $j=1, \dots, 6$  oznaczają, że siły zewnętrzne  $\bar{P}_{(i)}$  zostały wyrażone w bazie węzła  $j$ ). Jak już stwierdziliśmy, siła odpajania  $\bar{K}$ , wyrażona przez składowe  $\bar{N}$  i  $\bar{S}$ , wywoływana jest przez następujące siły czynne:

$$\begin{aligned}
 \bar{T}_1 &= (t^s \bar{e}_s)_{(1)} = \left( \tau_1 \frac{\bar{e}_1}{\sqrt{g_{11}}} \right)_{(1)}, \\
 \bar{T}_{02} &= (t_0^s \bar{e}_s)_{(2)} = \left( \tau_0 \frac{\bar{e}}{\sqrt{g_0}} \right)_{(2)}, \\
 \bar{T}_{03} &= (t_0^s \bar{e}_s)_{(3)} = \left( \tau_0 \frac{\bar{e}}{\sqrt{g_0}} \right)_{(3)}
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

wytworzone niejednocześnie w siłownikach hydraulicznych (rys. 3). W związkach tych  $\tau_{1(i)}$ ,  $\tau_{0(2)}$  i  $\tau_{0(3)}$  oznaczają największe wartości liczbowe sił czynnych wywoływanych w siłownikach hydraulicznych.

Pisząc kolejno równania momentów obrotowych względem węzłów będących punktami obrotu poszczególnych siłowników hydraulicznych i krawędziami wywrotu bądź poślizgu względem podłoża otrzymamy po wykonaniu mnożenia i opuszczeniu wektorów  $|\vec{e}^3|=1$  skalarowe równania równowagi momentów:

$$(2.2) \quad \mathcal{M}_{(4)} - \frac{\tau_{03}}{\sqrt{g_{0(3)}}} (1 + \dot{I}_2^* + \dot{I}_2^{*2})_{(3)} = 0,$$

$$(2.3) \quad \mathcal{M}_{(3)} - \frac{\tau_{02}}{\sqrt{g_{0(2)}}} (1 + \dot{I}_2^* + \dot{I}_2^{*2})_{(2)} = 0,$$

$$(2.4) \quad \mathcal{M}_{(1')} + \left( \tau_1 \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{g_{11}}} \right)_{(1)} = 0,$$

$$(2.5) \quad \mathcal{M}_{(1')} + \left\{ -k [S\mathcal{P}^2 + N\mathcal{N}^2 + (G_{65} + \sum_{i=1}^5 G_i + \sum_{i=1}^5 G_{0i}) \mathcal{G}^2 + \mathcal{G}^{*2} \sum_{j=2}^4 G_{0j}] + \right. \\ \left. + (k^2 - 1) [S\mathcal{P}^1 + N\mathcal{N}^1 + (G_{65} + \sum_{i=1}^5 G_i + \sum_{i=1}^5 G_{0i}) \mathcal{G}^1 + \mathcal{G}^{*1} \sum_{j=2}^4 \dot{G}_{0j}] + \right. \\ \left. + (k_1 - l_1) (G_B - R_B) \mathcal{G}^2 - (k^2 - l^2) (G_B - R_B) \mathcal{G}^1 \right\}_{(1)} \sqrt{g_{(1)}} = 0,$$

$$(2.6) \quad \mathcal{M}_{(1')} - \left\{ l_1 [S\mathcal{P}^2 + N\mathcal{N}^2 + (G_{65} + \sum_{i=1}^5 G_i + \sum_{i=1}^5 G_{0i}) \mathcal{G}^2 + \mathcal{G}^{*2} \sum_{j=2}^4 \dot{G}_{0j}] + \right. \\ \left. + (1 + l^2) [S\mathcal{P}^1 + N\mathcal{N}^1 + (G_{65} + \sum_{i=1}^5 G_i + \sum_{i=1}^5 G_{0i}) \mathcal{G}^1 + \mathcal{G}^{*1} \sum_{j=2}^4 \dot{G}_{0j}] + \right. \\ \left. + (k_1 - l_1) (G_A - R_A) \mathcal{G}^2 - (k^2 - l^2) (G_A - R_A) \mathcal{G}^1 \right\}_{(1)} \sqrt{g_{(1)}} = 0,$$

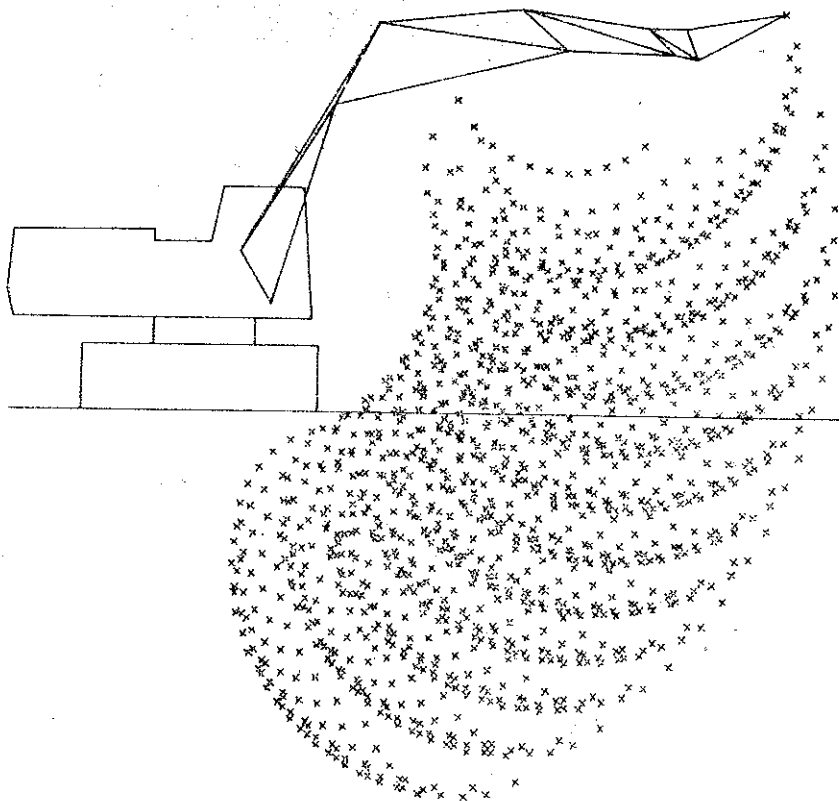
$$(2.7) \quad |\bar{R}_A^t + \bar{R}_B^t|_{(L,P)} \geq \mu |\bar{R}_A + \bar{R}_B|.$$

W równaniach (2.2)–(2.7) niewiadomymi są siły  $\bar{N}=N\mathcal{N}$  i  $\bar{S}=S\mathcal{P}$  określające nośność roboczą koparki. W celu rozwiązania tych równań określimy z warunku (2.2) wartość siły  $\bar{S}$ . Siła  $\bar{N}$  powinna znaleźć się na hodografie (a) pokazanym na rys. 4 i zależnie od warunku ograniczającego — wystąpi ona po lewej lub po prawej stronie prostej określającej kierunek działania siły  $\bar{S}$ . Jeśli jeden z siłowników jest czynny, to otrzymamy dla takiego przypadku osiem ograniczeń biernych (według tablicy 1), które wyznaczmy podstawiając do wzorów (2.2)–(2.7) siły  $\tau_{1(1)}$ ,  $\tau_{0(2)}$  i  $\tau_{0(3)}$  po jednej i po drugiej stronie tłoczyska. Najmniejsze spośród tych ograniczeń, po lewej i po prawej stronie siły  $\bar{S}$ , dadzą składowe  $\bar{N}_L$  i  $\bar{N}_P$  siły odpajania  $\bar{K}$ , wyznaczając one tym samym nośność roboczą układu skrawającego dla danej konfiguracji i siły czynnej obracającej osprzęt. Z rys. 4 wynika, że mogą wystąpić przypadki, w których składowa  $\bar{S}$  nie osiąga wartości maksymalnej, a składowe  $\bar{N}_{(L,P)}$  znajdują się po obu stronach. Mamy wówczas do czynienia z niepełną nośnością roboczą. Naszym zadaniem jest wówczas wyznaczyć te «najmocniejsze» ograniczenia  $\bar{N}_{(L,P)}$ , które na wykresie z komputera obwiedzione zostały ramką.

## 3. ANALIZA NUMERYCZNA WYBRANEGO TYPU UKŁADU ROBOCZEGO KOPARKI

W celu zbadania efektywności przedstawionej powyżej metody opisu geometrii i nośności roboczej — przeprowadzono w Ośrodku Metod Inżynierskich BUMAR szereg obliczeń numerycznych dla koparki K-2506 krajowej produkcji. Autorami programów obliczeniowych są A. Bieńkowski i E. Dobrzyńska. Analizowano kolejno położenie końca łyżki dla wybranych kombinacji ruchów roboczych, obwiednię pola pracy oraz nośność roboczą, określoną siłami  $\bar{N}$  i  $\bar{S}$ .

W wykonanym przykładzie obliczeniowym dokonano podziału skoku poszczególnych sitowników na 11 części uzyskując 1331 punktów sondażowych pola pracy. Wyniki analizy geometrii pokazuje rys. 5. Zaletą programu analizy geometrii GEKOP jest możliwość wczytywania danych bezpośrednio z rysunków konstrukcyjnych. Program analizy geometrii w obecnej postaci umożliwia weryfikację parametrów geometrycznych i ich dobór już na etapie powstawania projektu konstrukcyjnego koparki. Porównując procedurę liczenia i objętość wydruków z analogicznymi pracami [5, 11] można stwierdzić, że program ten, przy stosunkowo dużej ilości punktów sondażowych, jest zwarty i oszczędny.



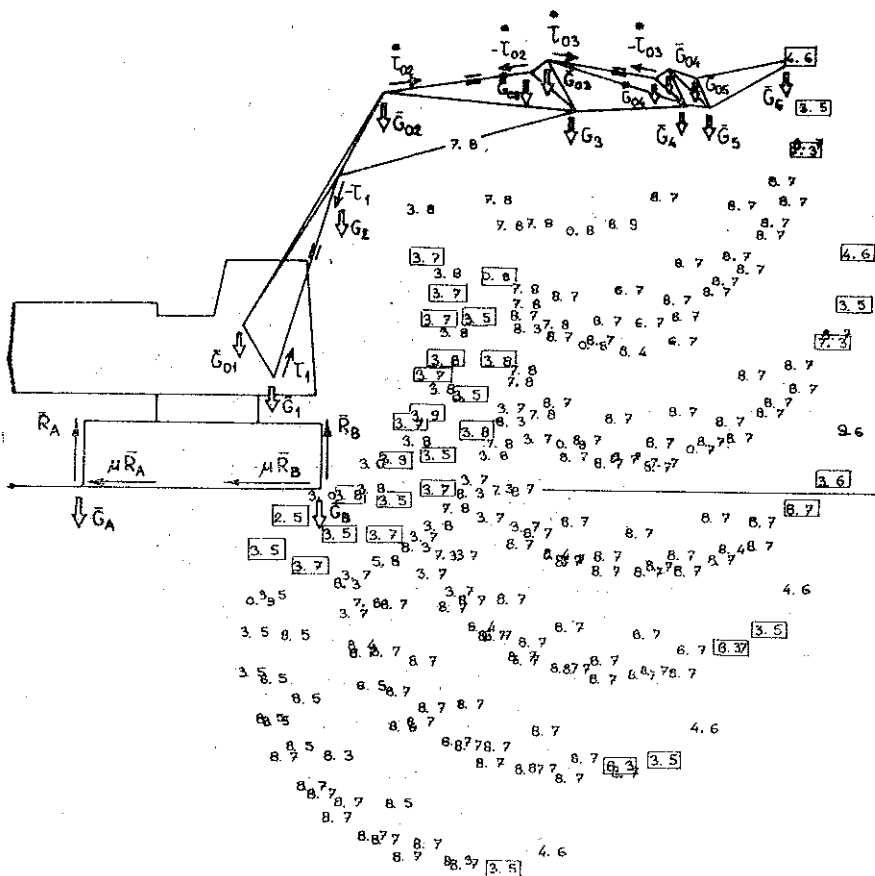
Rys. 5. Wyniki analizy geometrii. Pole pracy, punkty sondażowe

Dla analizy nośności roboczej opracowano program numeryczny NOSKOP wyznaczający obszary pełnej i niepełnej nośności oraz podający ograniczenia wymiarujące tę nośność. Analizę numeryczną wykonano dla trzech ruchów czynnych zakładając, zgodnie z rzeczywistym procesem odspajania, niejednoczesność ruchów poszczególnych siłowników.

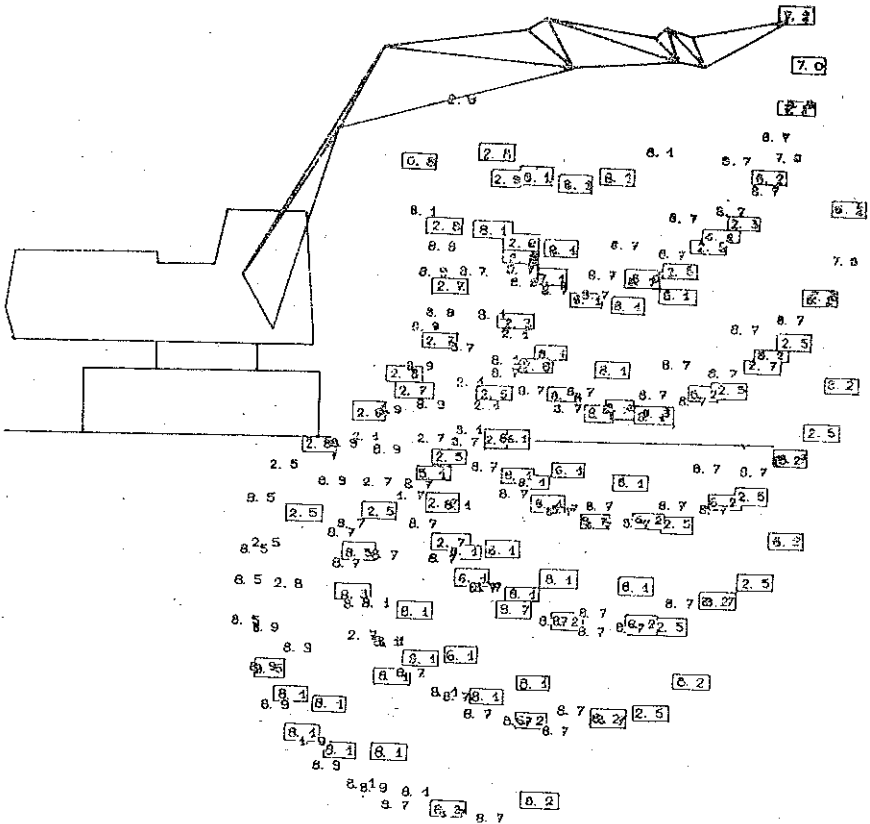
Wyniki analizy pokazane są na rysunkach 6, 7 i 8. Punkty oznaczone kropką określają pełną nośność roboczą, punkty zaś obwiedzione ramką niepełną nośność. Liczby po lewej i po prawej stronie punktów oznaczają numery ograniczeń limitujących nośność roboczą, które zgodnie z uprzednio podanymi definicjami należy rozumieć następująco:

dla pełnej nośności przy ruchu siłownikiem łyżki (rys. 6) (8.5) występują dwa mechanizmy utraty nośności (1, 8) i (1, 5);

dla niepełnej nośności 3.7 jeden mechanizm (3, 7).



Rys. 6. Nośność robocza osprzętu przy ruchu siłownikiem łyżki

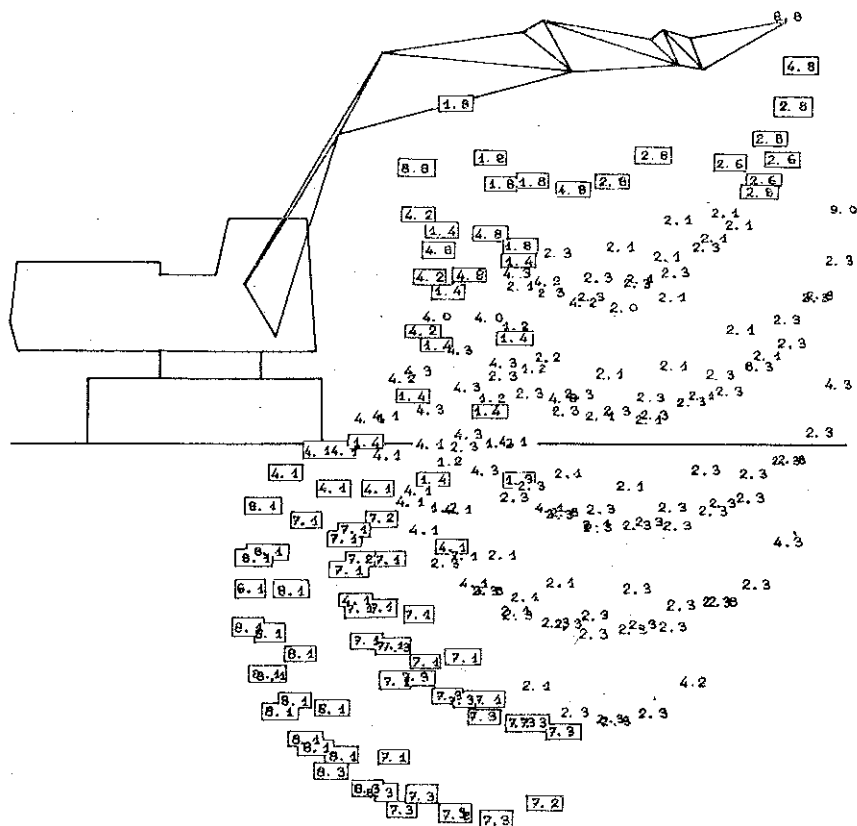


Rys. 7. Nośność robocza osprzętu przy ruchu siłownikiem ramienia

Wyniki analizy nośności roboczej koparki K-2506 nasuwają szereg interesujących spostrzeżeń i wniosków przydatnych dla projektanta. Z rys. 7 wynika np., że ciśnienie w siłowniku łyżki jest zbyt niskie w stosunku do siłownika ramienia, gdyż dominują w obszarze największych zasięgów ograniczenia 1 i 2. Gdyby więc dokonać takiej korekty, efektywność pracy koparki zostałaby znacznie poprawiona. Wynika to stąd, że ruch ramieniem należy do najczęściej stosowanych w procesie odspajania. Rys. 6 i 8 świadczą o poprawnym kształtowaniu się obszarów pełnej nośności roboczej, gdyż mieszczą się one w polu zalecanym przez wymagania międzynarodowe [2 i 3].

#### 4. WNIOSKI

Z przedstawionego przykładu obliczeniowego wynika, że zaproponowana metoda opisu zjawisk kinematyczno-statycznych osprzętów roboczych nadaje się w obecnej postaci do zastosowania w praktyce inżynierskiej. Daje się ona sprowadzić do algorytmów łatwych do zaprogramowania dla maszyny cyfrowej. Zaletą metody jest znaczna zwartość materiału obliczeniowego w stosunku do dotychczas stosowanych metod.



Rys. 8. Nośność robocza osprzętu przy ruchu siłownikiem wysięgnika

Zbiór tych algorytmów i programów obliczeniowych podany jest w pracy [8] i w obecnej postaci może być stosowany w projektowaniu.

Z rysunków 1a, 1b i 1c widać, że zmieniając dane wyjściowe modelu zastępczego można tą metodą badać szeroką klasę osprzętów roboczych, np. osprzęty podsiębierne i przedsiębierne koparek oraz osprzęty ładowarek kołowych. Metodę opisu można uogólnić na zjawiska kinematyczne i dynamiczne, które ze względu na objętość i zawężony charakter pracy pominięto.

#### LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. Н. Г. Домбровский, *Экзкаторы, общие вопросы теории, проектирования, исследования и применения*, Машиностроение, Москва 1969.
2. И. Л. Беркман, А. А. Буланов, А. В. Ращев, *Одноковшовые экскаваторы и самоходные краны с гидравлическим приводом*, Машиностроение, Москва 1971.
3. I. BRACH, *Jednonaczyniowe koparki hydrauliczne*, WNT, Warszawa 1970.
4. Z. BOGUSZ, *Metoda i technika wyznaczania przebiegu sił w koparkach uniwersalnych podczas odpajania urobku*, IOMB, Warszawa 1967.
5. A. DUDCZAK, *Sily i prędkości odpajania w koparkach hydraulicznych*, IMB, Warszawa 1975.



6. S. OZIEMSKI, W. SOB CZYKIEWICZ, G. GLINKA i zespół, *Metodyka optymalizacji konstrukcji i niezawodności eksploatacyjnej osprzętu roboczego koparek jednonaczyniowych*, IMRC, PW, Warszawa 1976 [nie publikowana].
7. H. FRĄCKIEWICZ, *Mechanika ośrodków siatkowych*, PWN, Warszawa 1970.
8. E. BUDNY, *Metoda opisu własności statyczno-kinematycznych układów roboczych koparek hydraulicznych*, Rozprawa doktorska. IPPT PAN 1979 [nie publikowana].
9. Z. BOGUSZ, A. DUDCZAK, J. NYCZ, *Badania identyfikacyjne koparki M-500H*, Sprawozdanie i analiza wyników badań, IMB, Warszawa 1976.
10. Z. BOGUSZ, A. DUDCZAK, *Potencjalne siły odpajania w koparkach hydraulicznych. Metody wyznaczania i możliwości wykorzystania w praktyce konstrukcyjnej i badawczej*, IMB, Warszawa 1977.
11. M. BOSSAK, A. BIEŃKOWSKI, E. DOBRZYŃSKA i inni, *Metodyka obliczeń osprzętu koparek*, OBRMB-BOMI, Warszawa 1977.
12. J. ODERFELD, *Wstęp do mechanicznej teorii maszyn*, WNT, Warszawa 1962.

### Резюме

#### МЕТОД ОПИСАНИЯ ГЕОМЕТРИИ И РАБОЧЕЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СРЕЗЫВАЮЩИХ СИСТЕМ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЭКСКАВАТОРОВ

Работа составляет попытку переноса современных методов математики и механики сеточных сред к описанию геометрии и статических явлений происходящих в срезающей системе (в рабочем оборудовании) гидравлических экскаваторов. Срезающая система экскаватора заменена в геометрических рассуждениях однопараметрической системой регулярных сегментов (многоугольников). Это позволило ввести такие понятия, как, например, векторные базисы, метрика и конексия, в геометрический анализ. В работе определена также рабочая несущая способность срезающей системы гидравлических экскаваторов. Для описания и анализа этой несущей способности использованы понятия и методы предельной несущей способности рамных систем. Представленный метод позволяет так на полное описание всех возможных конфигураций срезающих систем как функции составляющих метрики, как и на анализ рабочих несущих способностей в этих конфигурациях. Работа иллюстрирована несколькими численными примерами.

### SUMMARY

#### DESCRIPTION OF GEOMETRIC PROPERTIES AND LOADING CAPACITY OF DIGGING EQUIPMENT OF HYDRAULIC EXCAVATORS

The paper deals with mathematical modelling of excavator's digging equipment during the earthmoving process. General notions of lattice geometry and mechanics have been adapted for the monoparametric set in which such notions like vector base, vector translation and coefficients of connection were determined. In this way a general method is constructed allowing for investigating some mechanical properties of excavator digging equipment. This gives us the possibility to analyse the considered system as a discrete media with given boundary and initial conditions. Results of the considerations are presented in the form of trajectories and maximum forces occurring at the teeth at the bucket edge, the results are illustrated by several graphs.

POLITECHNIKA WARSZAWSKA

Praca została złożona w Redakcji dnia 30 października 1980 r.