ROZPRAWY INŻYNIERSKIE • ENGINEERING TRANSACTIONS • 34, 3, 275—302, 1986
Polska Akademia Nauk • Instytut Podstawowych Problemów Techniki

PRZYBLIŻONE ROZWIĄZANIA W DYNAMICE NIESPRĘŻYSTYCH MEMBRAN

CZĘŚĆ 2

WŁODZIMIERZ IDCZAK (WARSZAWA)

Przedstawiono metodę uproszczonego rozwiązania zagadnienia dużych ugięć cienkich sztywno-lepkoplastycznych płyt kołowych (membran) obciążonych falą uderzeniową o znanych parametrach: amplitudzie P_0 i czasie trwania t_0. Przedstawiono rozwiązanie dla kilku wariantów związków konstytutywnych oraz okoliczności wyboru jednego z nich w zależności od stopnia wrażliwości materiału membrany na prędkość odkształcenia oraz parametrów obciążenia. Dla szczególnych wartości parametrów obciążenia porównano otrzymane wyniki z wynikami eksperymentalnymi opublikowanymi w przytaczanej literaturze. Na podstawie analizy wyników obliczeń podano we wnioskach propozycję modyfikacji niestowarzyszonego prawa płynięcia. Przedstawiono również analizę wpływu parametrów fali uderzeniowej wygenerowanej w trakcie detonacji niekontaktowego ładunku materiału wybuchowego na proces przejmowania obciążenia przez niesprężystą membranę. Wykazano istotne znaczenie doboru parametrów ładunku z punktu widzenia optymalnego wykorzystania fali uderzeniowej, wykonującej pracę trwałych deformacji membrany lub pracę jej zniszczenia.

1. WSTĘP

W pracy przedstawiono inżynierskie, uproszczone sformułowania zagadnienia dynamiki sztywno-lepkoplastycznych membran kołowych obciążonych falą uderzeniową o znanych parametrach, amplitudzie P_0 i czasie trwania t_0 oraz uproszczoną inżynierską metodę jego rozwiązania. Omawiane zagadnienie jest kontynuacją zagadnienia przedstawionego w [1], w którym membranę obciążano idealnym impulsem początkowym, generowanym w warunkach detonacji kontaktowego ładunku materiału wybuchowego. Obciążenie rozważane obecnie powstaje wtedy, gdy materiał wybuchowy detonuje w pewnej odległości od membrany, generując falę uderzeniową o parametrach zależnych od rodzaju ładunku materiału wybuchowego, jego gabarytów oraz odległości od membrany.

Tak samo jak w [1] również i obecnie opisując zakres dużych trwałych ugięć membrany, przyjmujemy szereg następujących założeń upraszczających: 1) równania równowagi formułowane są w ramach teorii umiarkowanie

dużych ugięć; 2) jako związki konstytutywne przyjmuje się potęgową doświadczalną postać stowarzyszonego prawa płynięcia [2] oraz koncepcję WIERZBICKIEGO tzw. niestowarzyszonego prawa płynięcia [3] oraz 3) ograniczono się do całkowego spełniania równań równowagi sprowadzając zagadnienia do rozwiązania równania ruchu punktu środkowego membrany [1].

Wyniki otrzymane na podstawie przyjętego założenia porównano dla szczególnego przypadku obciążenia z wynikami eksperymentów, w których membrany obciążano idealnym impulsem początkowym, opublikowanymi przez SYMONDSA i BODNERA [2].

W pracy przedstawiono wpływ przyjmowanych uproszczonych związków konstytutywnych na trwałe ugięcie punktu centralnego membrany uzależniony od parametrów obciążenia P_0, t_0 oraz wykazano istotne znaczenie prawidłowego wyboru uproszczonego związku konstytutywnego w inżynierskiej metodzie formułowania i rozwiązywania omawianego zagadnienia.

Podano również koncepcję wyznaczania umownej granicy plastyczności σ_0^*, która wykorzystana w niestowarzyszonym prawie płynięcia doprowadzić może do teoretycznego wniosku, że występują trwałe ugięcia punktu centralnego membrany, pokrywające się z ugięciami wyznaczonymi na podstawie nieliniowego równania materiałowego.

Należy jeszcze raz podkreślić [1], iż omawiane w pracy membrany mają praktyczne zastosowanie, m.in. jako elementy pomiarowe mechanicznych czujników ciśnienia, przedstawiona zaś w pracy inżynierska metoda analizy zagadnienia wykorzystana była do wyznaczenia krzywych skalowania dynamicznego wspomnianych czujników [4].

2. RÓWNANIA RÓWNOWAGI

Rozważamy membranę kołową o promieniu R, grubości h, gęstości powierzchniowej m, obciążoną falą ciśnienia $P(t)$ o zmienności

$$P(t) = \begin{cases} P_0\left(1 - \dfrac{t}{t_0}\right) & \text{dla} \quad 0 \leqslant t < t_0, \\ 0 & \text{dla} \quad t \geqslant t_0, \end{cases} \tag{2.1}$$

rozłożoną jednorodnie na powierzchni membrany.

Oznaczając przez w względne przemieszczenie membrany w kierunku działania obciążenia oraz zaniedbując składową horyzontalną wektora przemieszczenia [1] otrzymujemy równanie równowagi dla powierzchni środkowej membrany stosujące się w zakresie umiarkowanie dużych ugięć:

$$(\varrho n_r w_{,\varrho})_{,\varrho} = \frac{R^2 m}{N_0 t_f^2} \varrho \ddot{w} - \frac{R}{h} \varrho p(\tau), \tag{2.2}$$

w którym poszczególne symbole wyznaczane ze wzorów

$$w = \frac{W}{h}, \quad \varrho = \frac{r}{R}, \quad p = P\frac{R}{N_0},$$
$$n_r = \frac{N_r}{N_0}, \quad \tau = \frac{t}{t_f}, \quad N_0 = \sigma_0 h, \tag{2.3}$$

oznaczają odpowiednio: t_f — czas trwania ruchu membrany wg rozwiązania dla membrany z materiału sztywno-idealnie plastycznego, N_r — radialną siłę membranową oraz σ_0 — statyczne naprężenie uplastyczniające.

3. Równania konstytutywne

Obliczenia prowadzono podobnie jak w [1] dla uproszczonych związków materiałowych, wykorzystujących koncepcję niestowarzyszonego prawa płynięcia, które w omawianym przypadku membrany sztywno-lepkoplastycznej ma postać

$$n_r - n_r^* = \frac{4\sigma_0^* h^2}{\sqrt{3}\,\gamma^* \sigma_0 R^2 t_f} w_{,\varrho}\,\dot{w}_{,\varrho}, \tag{3.1}$$

gdzie σ_0^* oznacza graniczne naprężenie uplastyczniające wyznaczane ze wzorów podanych w [1], γ^* współczynnik określający właściwości lepkie materiału membrany wyznaczany z zależności podanych w [1] oraz n_r^* siłę membranową spełniającą graniczny warunek plastyczności będącą w równowadze z obciążeniem granicznym $p^*(w_0)$:

$$(\varrho n_r^* w_{,\varrho})_{,\varrho} = -\frac{R}{h}\varrho p^*(w_0). \tag{3.2}$$

Statyczne obciążenie graniczne $p^*(w_0)$ jest rosnącą funkcją ugięcia w_0 środkowego punktu rozważanej membrany. Onat i Haythornthwaite wyprowadzili przybliżony wzór na funkcję $p^*(w_0)$, stosując warunek plastyczności Treski [6]. Bezwymiarowa postać tego warunku jest następująca:

$$p^*(w_0) = \frac{4\sigma_0^* w_0 h}{\sigma_0 R}. \tag{3.3}$$

W równaniu (3.1) wykorzystano następującą postać wzorów odkształceniowo-przemieszczeniowych:

$$\lambda_r = \frac{1}{2}(W_{,r})^2, \quad \lambda_\theta = 0, \tag{3.4}$$

gdzie (r, θ) oznacza radialną i obwodową współrzędną punktu określonego na powierzchni środkowej membrany.

Do opisu materiału membrany stosowano również stowarzyszone prawo płynięcia w postaci potęgowej, w którym prędkość odkształcenia $\dot{\varepsilon}$ oznacza średnią wartość z całej powierzchni środkowej membrany:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \int_0^{2\pi} \dot{\lambda}_r \, r \, d\theta \, dr. \tag{3.5}$$

Wzór (3.5) można sprowadzić w sposób podany w pierwszej części artykułu [1] do postaci

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{2h^2}{R^2 t_f} w_0 \dot{w}_0. \tag{3.6}$$

Wykorzystując zatem chwilową prędkość odkształcenia membrany zdefiniowaną wzorem (3.6) otrzymamy szczególną postać stowarzyszonego prawa płynięcia poprawną do rozważanego przypadku membrany kołowej:

$$\sigma = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{2h^2}{R^2 t_f \gamma} \right)^{\frac{1}{\delta}} w_0^{\frac{1}{\delta}} \dot{w}_0^{\frac{1}{\delta}} \right]. \tag{3.7}$$

Równania równowagi (2.2) spełniano dla materiału zdefiniowanego wzorami (3.1) z odpowiednio wyznaczonymi wielkościami σ_0^*, γ^* oraz dla materiału zdefiniowanego za pomocą wzoru (3.7).

4. Równania ruchu

Odejmując stronami równanie równowagi stanu granicznego (3.2) od dynamicznego równania równowagi (2.2) i następnie podstawiając związki konstytutywne (3.1), otrzymujemy następujące nieliniowe równanie różniczkowe cząstkowe oparte na niestowarzyszonym prawie płynięcia (3.1):

$$\varrho w_{,\varrho} \dot{w}_{,\varrho} w_{,\varrho\varrho} + (w_{,\varrho})^2 \dot{w}_{,\varrho} + \alpha_1 \varrho p(\tau) - \alpha_2 w_0 \varrho - \alpha_3 \varrho \ddot{w} = 0, \tag{4.1}$$

gdzie współczynniki α_1, α_2, α_3 określone są wzorami

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{3}\,\gamma^* R^3 t_f}{4h^3} \frac{\sigma_0}{\sigma_0^*}, \quad \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}\,\gamma^* R^2 t_f}{h^2}, \quad \alpha_3 = \frac{\sqrt{3}\,\gamma^* R^4 m}{4 t_f h^3 \sigma_0^*}. \tag{4.2}$$

Poszukując przybliżonego rozwiązania równania (4.1) w postaci

$$w(\varrho, \tau) = w_0(\tau) \phi_0(\varrho), \tag{4.3}$$

gdzie funkcja kształtu $\phi_0(\varrho) = 1 - \varrho^2$ spełnia warunki brzegowe rozpatrywanego zadania oraz żądając całkowego spełnienia równania równowagi [1], możemy zredukować problem cząstkowy do równania różniczkowego zwyczaj-

nego określającego ruch środkowego punktu membrany $w_0(\tau)$, deformowanej zgodnie z niestowarzyszonym prawem płynięcia (3.1):

$$\ddot{w}_0+\alpha_4 w_0^2 \dot{w}_0+\alpha_5 w_0 = \alpha_6 p(\tau), \tag{4.4}$$

gdzie

$$\alpha_4 = \frac{48\sigma_0^* h^3 t_f}{\sqrt{3}\gamma^* R^4 m}, \quad \alpha_5 = \frac{7\sigma_0^* h t_f^2}{R^2 m}, \quad \alpha_6 = \frac{7\sigma_0 t_f^2}{4Rm}. \tag{4.5}$$

Stałe materiałowe występujące we wzorach (4.5) określamy w zależności od przyjętego sposobu linearyzacji z równań przytoczonych w pierwszej części artykułu [1].

Poszukując przybliżonego rozwiązania równania (2.2) w postaci (4.3) przy związkach materiałowych (3.7) i żądając całkowego spełnienia równania równowagi otrzymujemy równanie różniczkowe zwyczajne, opisujące ruch środkowego punktu membrany $w_0(\tau)$ deformowanej zgodnie z potęgowym prawem płynięcia (3.7):

$$\ddot{w}_0+\alpha_7 w_0^{1+\frac{1}{\delta}}+\dot{w}_0^{\frac{1}{\delta}}+\alpha_8 w_0 = \alpha_9 p(\tau), \tag{4.6}$$

gdzie

$$\alpha_7 = \frac{7\sigma_0 h t_f^2}{R^2 m}\left(\frac{2h^2}{R^2 t_f \gamma}\right)^{\frac{1}{\delta}}, \quad \alpha_8 = \frac{7\sigma_0 h t_f^2}{R^2 m}, \quad \alpha_9 = \frac{7\sigma_0 t_f^2}{4Rm}. \tag{4.7}$$

Równania różniczkowe cząstkowe całkujemy wzdłuż promienia wykorzystując następujące warunki brzegowe:

$$w_{,\varrho}(\varrho, \tau)|_{\varrho=0} = 0, \quad w(\varrho, \tau)|_{\varrho=1} = 0. \tag{4.8}$$

Równania ruchu punktu środkowego membrany (4.4) oraz (4.6) rozwiązujemy przy zerowych warunkach początkowych

$$w(0, \tau)|_{\tau=0} = 0, \quad \dot{w}(0, \tau)|_{\tau=0} = 0. \tag{4.9}$$

5. Membrana idealnie plastyczna

Rozwiązanie równania ruchu dla membrany sztywno-idealnie-plastycznej pozwala wyznaczyć przybliżony czas trwania ruchu membrany lepkoplastycznej oraz oszacować średnią prędkość odkształcenia, wokół której dokonano linearyzacji potęgowego związku konstytutywnego [1].

Przyjmując zatem w równaniu (4.4) $\gamma = \infty$, otrzymujemy, po powrocie do wielkości wymiarowych, równanie

$$\ddot{W}_0+\alpha W_0 = \beta P(t), \tag{5.1}$$

gdzie

$$\alpha = \frac{7\sigma_0 h}{R^2 m}, \qquad \beta = \frac{7}{4m}, \tag{5.2}$$

którego rozwiązaniem jest całka Duhamela:

$$W_0(t) = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}} \int_0^t P(v) \sin \sqrt{\alpha}\,(t-v)dv. \tag{5.3}$$

Przyjmując prosty wzór na funkcję obciążenia w postaci (2.1), znajdujemy jawną postać rozwiązania (5.3):

$$W_0(t) = \frac{\beta P_0}{\alpha}\left[1 - \frac{t}{t_0} - \cos\sqrt{\alpha}\,t + \frac{1}{\sqrt{\alpha}\,t_0}\sin\sqrt{\alpha}\,t\right], \tag{5.4}$$

stąd zaś

$$\dot{W}_0(t) = \frac{\beta P_0}{\alpha}\left(\sqrt{\alpha}\sin\sqrt{\alpha}\,t + \frac{1}{t_0}\cos\sqrt{\alpha}\,t - \frac{1}{t_0}\right). \tag{5.5}$$

Korzystając z warunku

$$\dot{W}_0(t)|_{t=t_f} = 0, \tag{5.6}$$

wyznaczamy interesujący nas czas trwania ruchu membrany sztywno-idealnie-plastycznej, będący oszacowaniem czasu trwania ruchu dla membrany lepko-plastycznej:

$$t_f = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}(\pi - 2\,\mathrm{arc\,ctg}\,\sqrt{\alpha}\,t_0). \tag{5.7}$$

Zgodnie z (5.7) czas trwania ruchu membrany lepkoplastycznej zależy od jej stałych materiałowych oraz od czasu trwania obciążenia i zmienia się w granicach

$$0 \leqslant t_f \leqslant \frac{\pi}{\sqrt{\alpha}} \quad \text{dla} \quad 0 \leqslant t_0 \leqslant \infty. \tag{5.8}$$

Szacunkową średnią prędkości odkształcenia, wokół której dokonujemy aproksymacji liniowej stowarzyszonego prawa płynięcia, wyznaczamy z zależności [1 i 6]

$$\dot{\varepsilon}_{av} = \frac{2}{t_f R^2}\int_0^{t_f} W_0(t)\cdot\dot{W}_0(t)\,dt, \tag{5.9}$$

która po podstawieniu do niej równań (5.4) i (5.5) daje

$$\dot{\varepsilon}_{av} = \frac{2\beta^2 P_0^2}{t_f R^2 \alpha^2}\left[1-\frac{t_f}{t_0}+\frac{1}{2}\left(\frac{t_f}{t_0}\right)^2+\frac{1}{t_0\sqrt{\alpha}}\left(1-\frac{t_f}{t_0}\right)\sin\sqrt{\alpha}\,t_f-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{\alpha t_0^2}\right)\sin^2\sqrt{\alpha}\,t_f-\frac{1}{2\sqrt{\alpha}\,t_0}\sin 2\sqrt{\alpha}\,t_f-\left(1-\frac{t_f}{t_0}\right)\cos\sqrt{\alpha}\,t_f\right]. \tag{5.10}$$

Ze wzorów (5.7) oraz (5.10) wynika, iż stałe σ_0^*, γ^* związane z graniczną powierzchnią płynięcia, definiowane w pracy [1] zależą dla przyjętego materiału membrany od parametrów obciążenia (P_0, t_0).

6. Wyniki obliczeń numerycznych i dyskusja

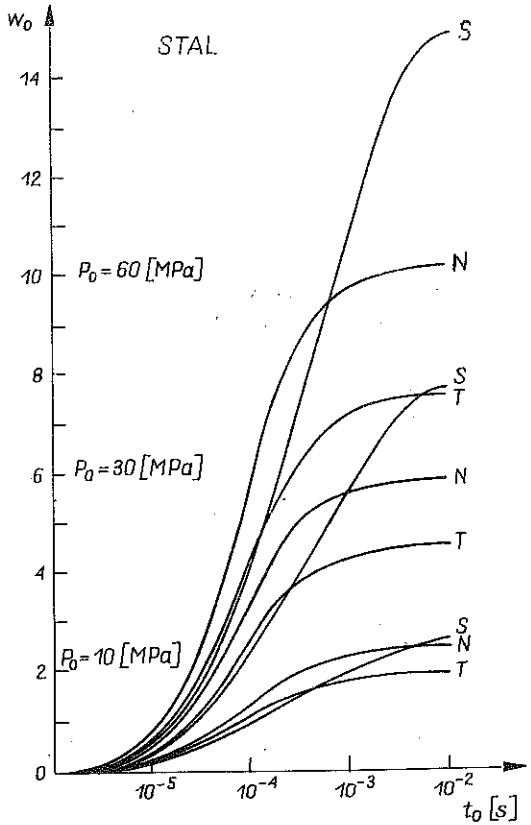
Przeprowadzona analiza numeryczna prowadzi do wyników, które umożliwiają ocenę stosowalności przybliżonych związków materiałowych w uproszczonej analizie dynamiki niesprężystych membran oraz pozwalają określić wpływ parametrów fali uderzeniowej, generowanej w trakcie detonacji niekontaktowego ładunku materiału wybuchowego, na proces przejmowania obciążenia przez membranę. Wspomniane grupy wyników oraz ich dyskusja zostaną przedstawione poniżej.

6.1. Związki materialowe

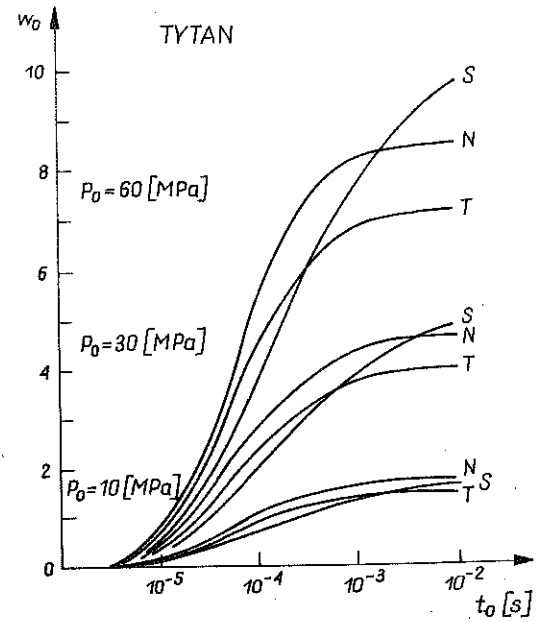
Właściwy wybór przybliżonych związków materiałowych tzn. taki, który w rozwiązaniach inżynierskich prowadzi do wyników najbardziej zbliżonych do wyników eksperymentalnych, zależy od parametrów obciążenia P_0 i t_0, jeśli obciążeniem tym jest fala uderzeniowa. Oszacowanie średniej prędkości odkształcenia membrany $\dot{\varepsilon}_{av}$ związane jest bowiem z parametrami fali uderzeniowej obciążającej membranę. Z tego względu analizy przedstawione w pracy dotyczą wpływu tych parametrów na proces ruchu membrany przy różnych uproszczonych związkach materiałowych. Podobnie jak w pierwszej części artykułu [1] rozważano membrany wykonane ze stali oraz z tytanu, a więc z materiałów o różnym stopniu wrażliwości na prędkość odkształcenia i o parametrach geometrycznych podanych w [1].

Na poniższych rysunkach oznaczono przez N krzywe odpowiadające potęgowemu równaniu konstytutywnemu, S odpowiada niestowarzyszonemu prawu płynięcia ze stałymi σ_0^*, γ^* wyznaczonymi na drodze aproksymacji prawa potęgowego sieczną [1], T zaś odpowiada niestowarzyszonemu prawu płynięcia ze stałymi σ_0^*, γ^*, wyznaczonymi na drodze aproksymacji prawa potęgowego styczną w punkcie odpowiadającym szacunkowej średniej wartości prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{av}$ deformowanej membrany.

Zamieszczone na wykresach (rys. 1—22) wyniki przedstawiają następujące informacje:


STAL
w_0
14
12
10
8
6
4
2
0
$P_0 = 60$ [MPa]
$P_0 = 30$ [MPa]
$P_0 = 10$ [MPa]
S
N
S
T
N
T
S
N
T
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
t_0 [s]

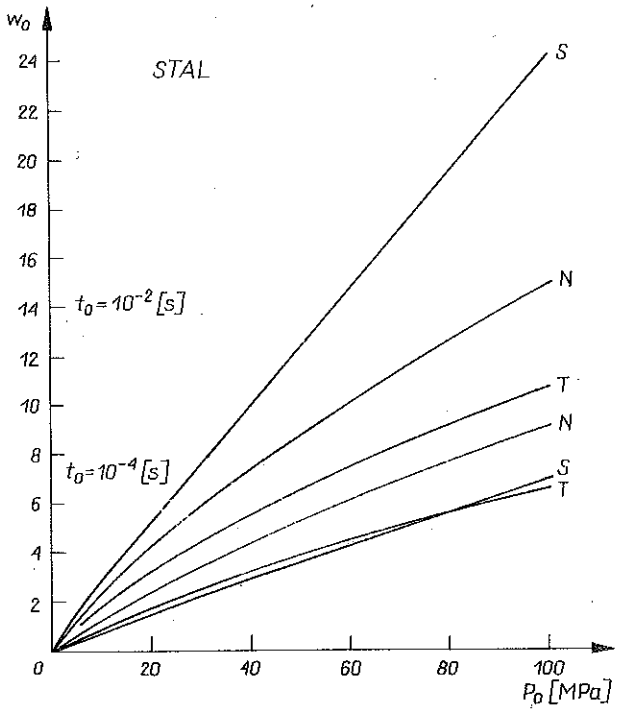
Rys. 1


TYTAN
w_0
10
8
6
4
2
0
$P_0 = 60$ [MPa]
$P_0 = 30$ [MPa]
$P_0 = 10$ [MPa]
S
N
T
S
N
T
N
T
S
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
t_0 [s]

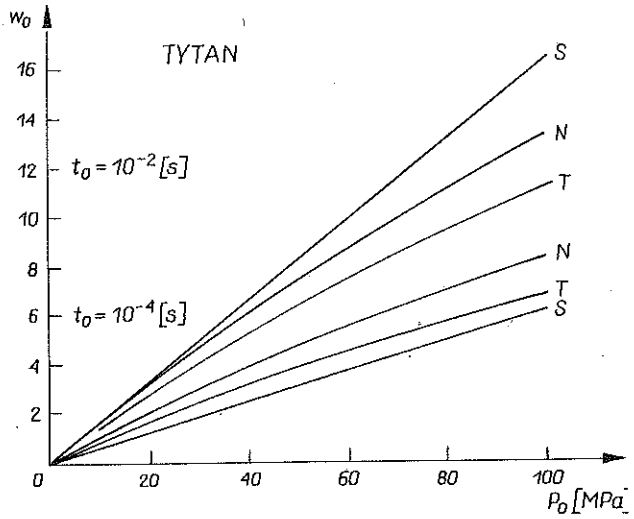
Rys. 2

1. Zależność trwałego ugięcia względnego membrany w_0 jako funkcji parametrów obciążenia, tzn. amplitudy P_0 i czasu trwania t_0 (rys. 1—4).

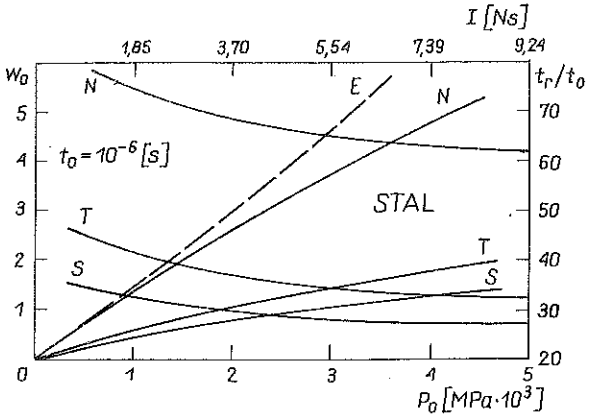
2. Zależność trwałego ugięcia względnego membrany w_0 jako funkcji amplitudy ciśnienia P_0 oraz jako funkcji impulsu obciążającego I dla czasu



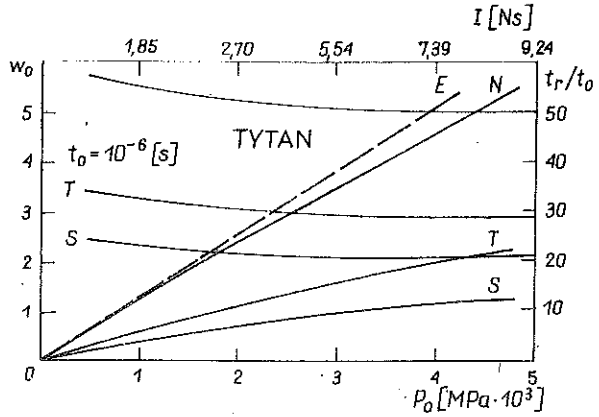
Rys. 3



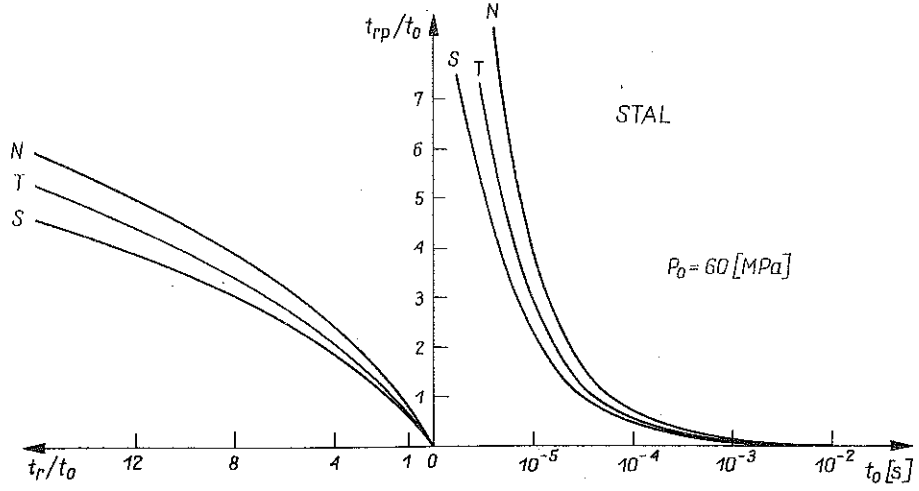
Rys. 4



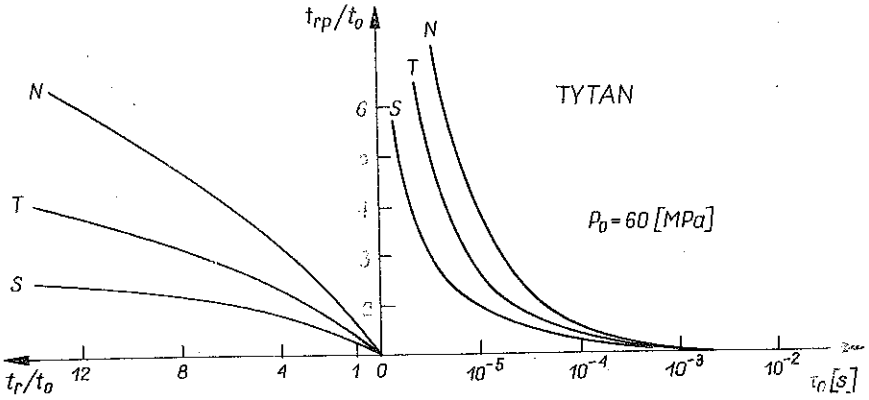
Rys. 5



Rys. 6



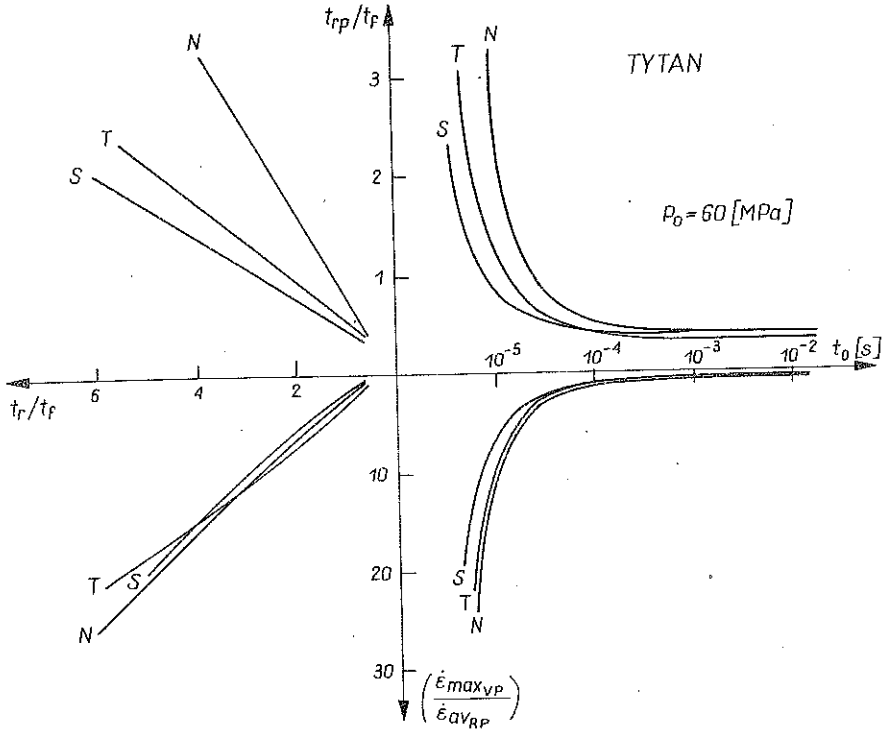
Rys. 7



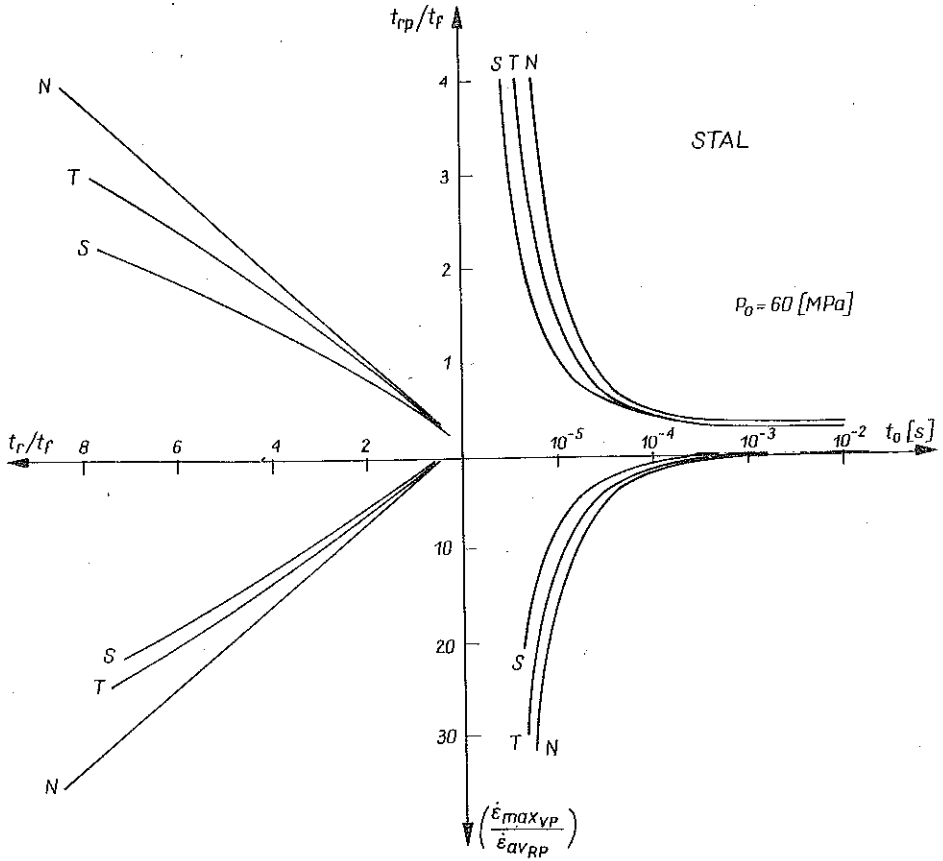
Rys. 8

trwania obciążenia $t_0 \ll t_r$, gdzie t_r oznacza czas ruchu membrany podany również na wykresie w stosunku do czasu trwania obciążenia t_0 (rys. 5 i 6).

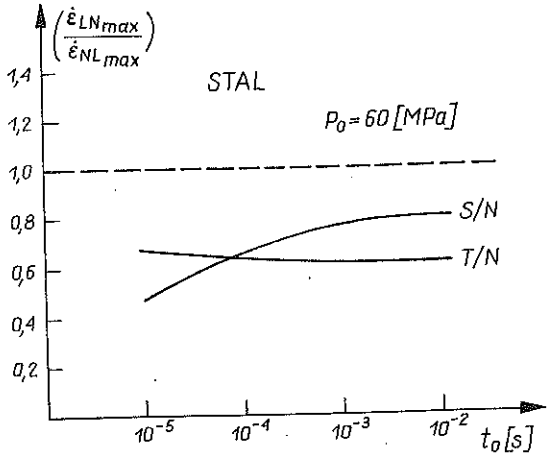
3. Parametry czasowe ruchu membrany jako funkcje czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0, gdzie t_{rp} oznacza czas rozpędzania membrany (rys. 7 i 8).



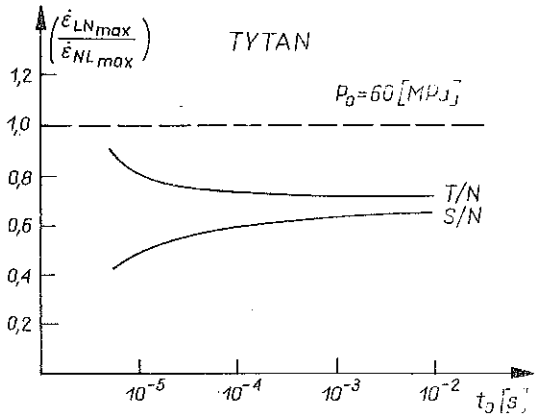
Rys. 9


t_{rp}/t_r
S T N
STAL
N
T
S
$P_0 = 60$ [MPa]
t_r/t_r
8
6
4
2
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
t_0 [s]
4
3
2
1
10
20
30
S
T
N
$\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{max\,VP}}{\dot{\varepsilon}_{av\,RP}}\right)$

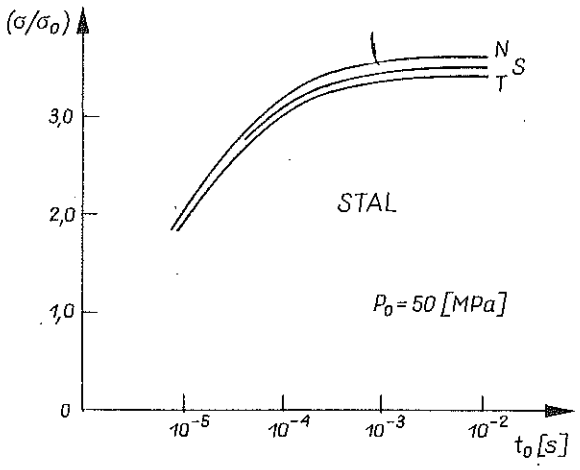
Rys. 10


$\left(\frac{\dot{\varepsilon}_{LN\,max}}{\dot{\varepsilon}_{NL\,max}}\right)$
STAL
$P_0 = 60$ [MPa]
S/N
T/N
1,4
1,2
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
10^{-5}
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
t_0 [s]

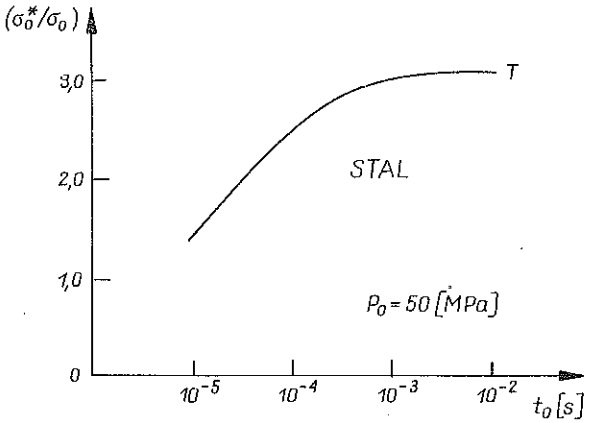
Rys. 11



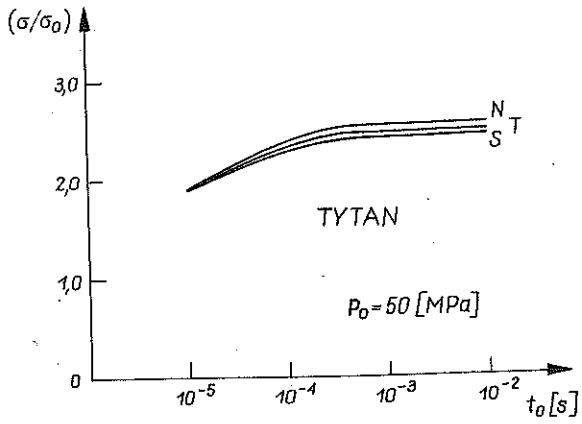
Rys. 12



Rys. 13



Rys. 14

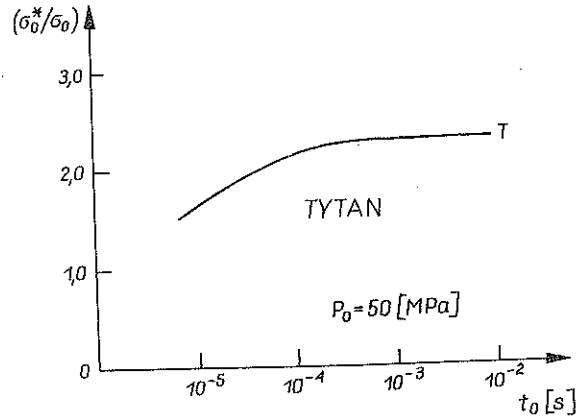


Rys. 15

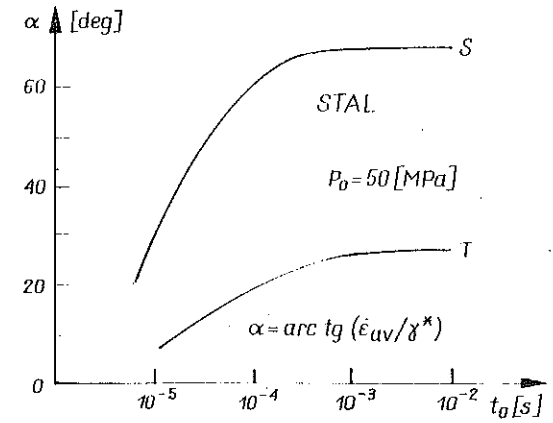
4. Rzeczywiste parametry czasowe t_{rp} i t_r ruchu membrany odniesione do szacunkowej wartości czasu trwania ruchu t_f oraz rzeczywistą maksymalną prędkość odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{\max VP}$ odniesioną do szacunkowej wartości wyznaczonej z modelu sztywno-plastycznego $\dot{\varepsilon}_{avRP}$ jako funkcje czasu przy ustalonej amplitudzie obciążenia P_0 (rys. 9 i 10).

5. Stosunek maksymalnej prędkości odkształcenia otrzymanego na podstawie zlinearyzowanego związku materiałowego do maksymalnej prędkości odkształcenia otrzymanego dla stowarzyszonego prawa płynięcia w formie potęgowej jako funkcje czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0 (rys. 11 i 12).

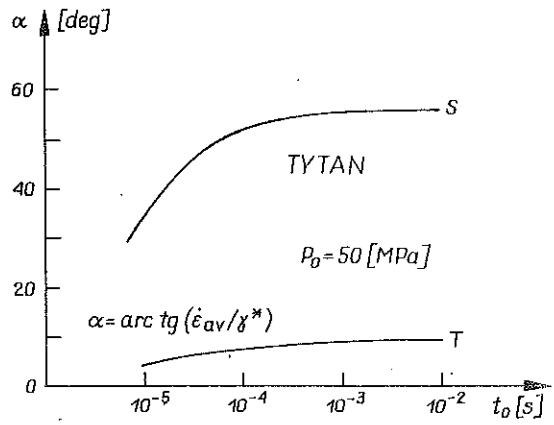
6. Nadwyżkę naprężeń membranowych σ nad statyczną granicą plastyczności σ_0 jako funkcję czasu trwania obciążenia dla ustalonej jego amplitudy (rys. 13 i 15).



Rys. 16



Rys. 17



Rys. 18

7. Zmiany parametrów zlinearyzowanego związku materiałowego, dotyczące uplastyczniających naprężeń granicznych σ_0^* oraz właściwości lepkich określonych kątem α wyznaczonym między liniową funkcją $\sigma_{LN}(\dot{\varepsilon})$ a osią $\dot{\varepsilon}$ jako funkcje czasu trwania obciążenia przy ustalonej jego amplitudzie P_0 (rys. 14, 16, 17 i 18).

8. Parametry kinematyczne membrany w postaci zmian w czasie ugięcia punktu środkowego membrany w_0 oraz prędkości ruchu tego punktu $\dot{w}_0$ dla dwóch wartości czasu trwania obciążenia odpowiadających nierównościom $t_r/t_f > 1$ oraz $t_r/t_f < 1$ przy ustalonej amplitudzie obciążenia P_0 (rys. 19 i 20).

Wykresy przedstawione na rys. 1 i 2 wskazują, iż w zakresie czasów trwania obciążenia $0 \leqslant t_0 \leqslant 10^{-3}$ s przy ustalonej amplitudzie P_0 niestowarzyszone prawo płynięcia daje trwałe ugięcia środkowego punktu membrany zaniżone względem prawa stowarzyszonego, dla dłuższych zaś czasów trwania obciążenia niestowarzyszone prawo płynięcia ze stałymi σ_0^* i γ^* określo-

nymi na drodze aproksymacji związku potęgowego sieczną jest górnym oszacowaniem, niestowarzyszone zaś prawo płynięcia ze stałymi σ_0^* i γ^* określonymi na drodze aproksymacji związku potęgowego styczną jest dolnym oszacowaniem związku nieliniowego. Wraz ze wzrostem amplitudy ciśnienia wzrastają różnice w ugięciach otrzymanych przy różnych związkach materiałowych, przy czym niewielkie różnice przy amplitudzie $P_0 = 10$ MPa osiągają wartość około 50% przy amplitudzie $P_0 = 60$ MPa. Ponadto dla materiału bardziej wrażliwego na prędkość odkształcenia, jakim jest stal, różnice w ugięciach otrzymane przy różnych związkach materiałowych są większe niż dla materiałów mniej wrażliwych na prędkość odkształcenia jak np. tytan. Do podobnych wniosków dochodzimy analizując wykresy zamieszczone na rys. 3 i 4, gdzie przedstawiono trwałe ugięcie centralnego punktu membrany jako funkcji amplitudy obciążenia P_0 dla dwóch czasów trwania fali uderzeniowej obciążającej membranę.

Wykresy przedstawione na rys. 5 i 6 umożliwiają porównanie względnych ugięć trwałych, otrzymanych z zadania dynamiki membrany obciążonej falą uderzeniową przy różnych związkach materiałowych z wartościami ugięć otrzymanymi w eksperymentach opisanych w literaturze [2] dla membrany obciążonej idealnym impulsem początkowym. W przypadku omawianym w przedstawionej pracy otrzymano impuls idealny równomiernie rozłożony na całej powierzchni membrany, zmniejszając czas trwania fali uderzeniowej do $t_0 = 10^{-6}$ s i ustalając amplitudę P_0 tak, aby zachować wartości impulsu obciążającego. Przedstawione na rys. 5 i 6 wykresy określające czas trwania ruchu tak obciążanej membrany wskazują, iż rzeczywiście obciążano ją idealnym impulsem, czas trwania bowiem ruchu membrany jest w tym przypadku kilkadziesiąt razy większy od czasu trwania obciążenia. Widzimy, iż wyniki zgodne z eksperymentem daje jedynie nieliniowy związek konstytutywny, zlinearyzowane zaś związki Wierzbickiego prowadzą do wyników niezadowalających obarczonych zbyt dużym błędem. Należy jednak zauważyć, że rozwiązanie omawianego zagadnienia z niezerowymi warunkami początkowymi i zerowym obciążeniem daje dla niestowarzyszonego prawa płynięcia wyniki bardziej zbliżone do eksperymentalnych [1] niż te przedstawione na rys. 5 i 6.

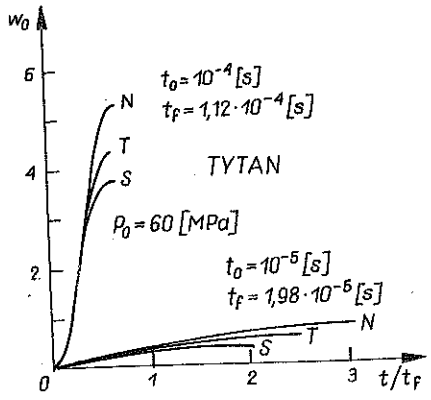
Wykresy przedstawione na rys. 7 i 8 pozwalają określić zakres czasu trwania obciążenia, przy którym membrana przejmuje całe obciążenie zewnętrzne, tzn. takie dla którego zachodzi nierówność $t_r \geqslant t_0$. Można zauważyć, iż zakres ten jest inny dla każdego z trzech rozważanych związków konstytutywnych.

Na kompleksowych wykresach zamieszczonych na rys. 9 i 10 przedstawiono względne parametry czasowe ruchu membrany t_{rp}/t_f i t_r/t_f jako funkcje czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0. Na rys. 9 i 10 przedstawiono również stosunek maksymalnej prędkości

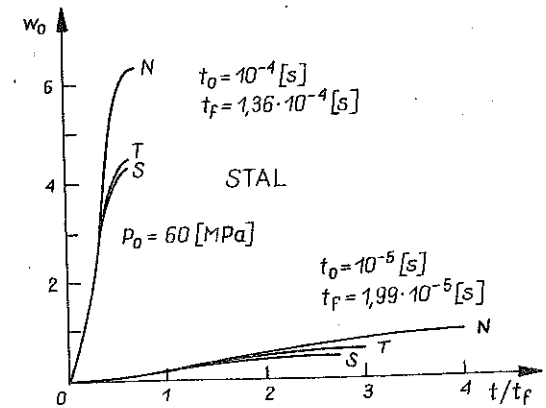
odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{\max VP}$ membrany lepkoplastycznej do średniej oszacowanej prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_{avRP}$, wyznaczonej dla sztywno-idealnieplastycznego modelu materiału membrany jako funkcji czasu trwania obciążenia. Z wykresów można wyznaczyć czas trwania obciążenia t_0, przy którym niestowarzyszone prawo płynięcia Wierzbickiego daje takie same trwałe ugięcia membrany jak nieliniowy, potęgowy związek materiałowy. Czas ten odpowiada wartości $t_r/t_f = 1$, a więc daje on dokładne oszacowanie czasu ruchu membrany sztywno-lepkoplastycznej z rozwiązania dla membrany sztywno-plastycznej. Jednocześnie zachodzi wtedy równość $\dot{\varepsilon}_{avRP} = \dot{\varepsilon}_{avVP}$. Ponadto można zauważyć, iż niestowarzyszone prawo płynięcia ze stałymi σ_0^* i γ^* wyznaczonymi na podstawie linearyzacji potęgowej krzywej materiałowej sieczną daje wyniki identyczne z nieliniowym związkiem materiałowym przy kilkakrotnie dłuższym czasie trwania obciążenia niż ten, dla którego zachodzi zgodność ugięć trwałych między nieliniowym związkiem materiałowym, a związkiem zlinearyzowanym przy wyznaczeniu stałych σ_0^* i γ^* na podstawie linearyzacji krzywej potęgowej styczną w punkcie odpowiadającym $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{av}$.

Wykresy przedstawione na rys. 11 i rys. 12 wskazują jak, wraz z czasem trwania obciążenia t_0, zmienią się maksymalna prędkość odkształcenia membrany lepkoplastycznej wyznaczona ze zlinearyzowanych związków konstytutywnych, odniesiona do maksymalnej prędkości odkształcenia wyznaczonej dla nieliniowych związków materiałowych. Każda z krzywych powinna zdążyć do jedności, jednak ze względu na to, iż w rozwiązaniach przybliżonych nie stosowano iteracji, krzywe są przesunięte w kierunku mniejszych wartości, co jest uzasadnione, gdyż w materiale wykazującym wrażliwość na prędkość odkształcenia realizowane są przy tym samym obciążeniu mniejsze prędkości odkształcenia niż w materiale nie wykazującym tej wrażliwości.

Na rys. 13 przedstawiono zależność nadwyżki naprężeń membranowych σ występujących w deformowanej membranie nad statyczną granicą plastyczności σ_0 od czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0. Wykres sporządzono dla membrany stalowej. Podobny wykres dla membrany tytanowej przedstawiono na rys. 15. Wykresy przedstawione na rys. 14 i 16 wskazują, iż wraz ze wzrostem czasu trwania obciążenia t_0 rośnie w znaczny sposób graniczna wartość naprężeń uplastyczniających σ_0^* wyznaczona na podstawie linearyzacji materiałowej krzywej potęgowej stycznej w punkcie odpowiadającym prędkości odkształcenia $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_{av}$. Porównując wykresy zamieszczone na rys. 14 i 16 z wykresami zamieszczonymi na rys. 13 i 15, widzimy, że wraz ze wzrostem czasu trwania obciążenia następuje wzrost umownej granicy plastyczności σ_0^*, którą nieznacznie przewyższają naprężenia osiągane w procesie deformacji; zatem stosując niestowarzyszone prawo płynięcia ze stałymi σ_0^* opisanymi powyżej zastępujemy nieliniowy związek materiałowy związkiem liniowym, w którym obniża się wrażliwość materiału na prędkość odkształcenia, w znaczny zaś sposób rośnie jego sztywność.



Rys. 19

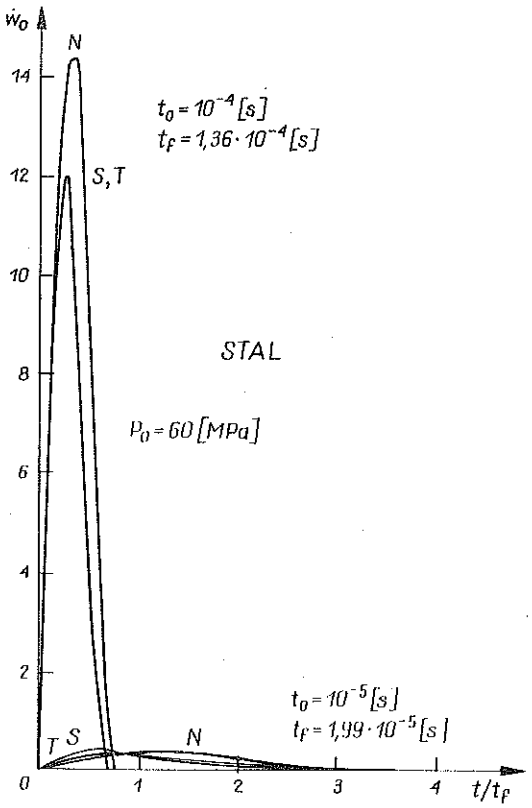


Rys. 20

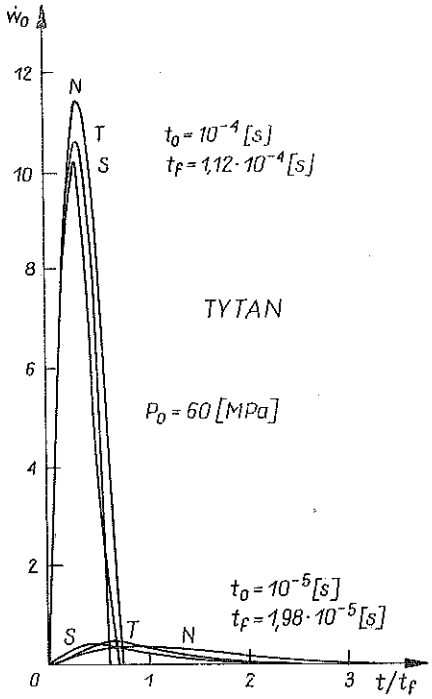
Wykresy przedstawione na rys. 17 i 18 wskazują, że przy obciążeniu o ustalonej amplitudzie P_0 i krótkim czasie trwania realizowany jest proces deformacji membrany o znacznej dynamiczności (rys. 9 i rys. 10), charakteryzujący się dużymi prędkościami odkształcenia i małą zastępczą lepkością charakteryzowaną kątem α. Przy obciążeniu o amplitudzie P_0, ale długim czasie trwania, realizowany jest proces deformacji membrany o mniejszej dynamiczności (rys. 9 i 10) charakteryzujący się małymi prędkościami odkształcenia i dużą zastępczą lepkością określoną kątem α.

Zmiany trwałego ugięcia punktu centralnego membrany jako funkcji czasu dla obciążeń o ustalonej amplitudzie P_0 i dwóch wartości czasów trwania t_0 oraz trzech rozważanych związków konstytutywnych — podano na rys. 19 i 20. Na rys. 21 i 22 podano dla tych samych warunków zmiany w czasie prędkości punktu centralnego membrany.

Analiza wykresów przedstawionych na rys. 1—22 wskazuje, iż dobór odpowiednich uproszczonych związków konstytutywnych w metodach inży-


$\dot{w}_0$
N
14
12
S, T
10
8
6
4
2
$t_0 = 10^{-4}$ [s]
$t_f = 1{,}36 \cdot 10^{-4}$ [s]
STAL
$P_0 = 60$ [MPa]
$t_0 = 10^{-5}$ [s]
$t_f = 1{,}99 \cdot 10^{-5}$ [s]
T S
N
0
1
2
3
4
t/t_f

Rys. 21


$\dot{w}_0$
12
N
T
S
10
8
6
4
2
$t_0 = 10^{-4}$ [s]
$t_f = 1{,}12 \cdot 10^{-4}$ [s]
TYTAN
$P_0 = 60$ [MPa]
$t_0 = 10^{-5}$ [s]
$t_f = 1{,}98 \cdot 10^{-5}$ [s]
S
T
N
0
1
2
3
t/t_f

Rys. 22

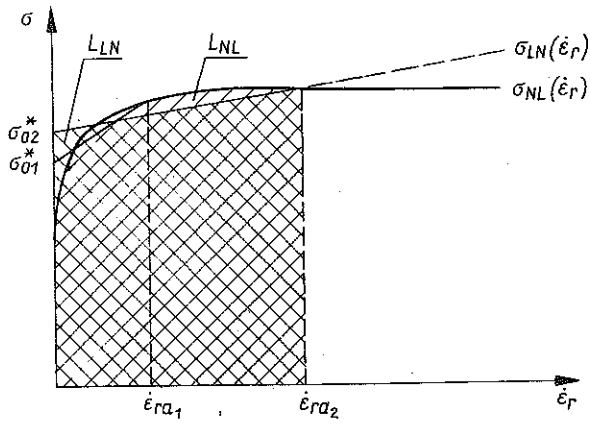
nierskich zależy od parametrów obciążenia P_0 oraz t_0 i jest istotny z punktu widzenia uzyskania wyników obarczonych możliwie małymi błędami. Ponadto można zauważyć, że w przypadku obciążenia idealnym impulsem początkowym [1] wybór odpowiedniego uproszczonego związku materiałowego sprawia mniej trudności niż w przypadku obciążenia falą uderzeniową. W drugim z omawianych przypadków niewłaściwy wybór związku materiałowego może doprowadzić do wyników obarczonych znacznym, bo nawet kilkudziesięcioprocentowym błędem (rys. 1, 2, 3 i 4) większym dla materiału o większej wrażliwości na prędkość odkształcenia (stal) i mniejszym dla materiału o mniejszej wrażliwości na prędkość odkształcenia (tytan).

W celu uzyskania zgodności trwałych ugięć punktu centralnego membrany wyznaczonych dla niestowarzyszonego prawa płynięcia z ugięciami wyznaczonymi dla nieliniowego równania konstytutywnego proponuje się modyfikację niestowarzyszonego prawa płynięcia wg następującej zależności:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\gamma^*(\dot{\varepsilon}_{ij})}{k^*(\dot{\varepsilon}_{ij})}\left(S_{ij} - S^*_{ij}(\dot{\varepsilon}_{ij})\right), \quad \text{jeśli} \quad \sqrt{I_2} > k^*;$$
$$\dot{\varepsilon}_{ij} = 0, \qquad \text{jeśli} \quad \sqrt{I_2} \leqslant k^*, \tag{6.1}$$

gdzie S_{ij} oznacza dewiator tensora naprężenia definiowany na aktualnej powierzchni płynięcia, S^*_{ij} dewiator tensora naprężenia definiowany na umownej statycznej powierzchni płynięcia, spełniający umowny statyczny warunek plastyczności zależy od aktualnej prędkości odkształcenia określonej tensorem $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\varepsilon}_{ij}$ aktualny dewiator tensora prędkości odkształcenia, γ^* umowny współczynnik określający właściwości lepkie materiału, k^* umowną granicę plastyczności na ścianie zależną od aktualnej prędkości odkształcenia równą $k^* = \sigma_0^*/\sqrt{3}$ oraz σ_0^* umowną granicę plastyczności na rozciąganie związaną z aktualną prędkością odkształcenia.

W przypadku omawianym w naszej pracy fikcyjne funkcje σ_0^* oraz γ^* możnaby wyznaczyć, porównując pracę L_{NL} sił wewnętrznych zmieniają-



Rys. 23

cych się wg nieliniowej funkcji $\sigma_{NL}(\dot{\varepsilon}_r)$ z pracą L_{LN} sił wewnętrznych, realizowanych wg zlinearyzowanej funkcji $\sigma_{LN}(\dot{\varepsilon}_r)$ po drodze zmieniającej się od zera do aktualnej chwili czasowej (rys. 23):

$$\int_0^t \sigma_{NL}\,\dot{\varepsilon}_r\,d\tau = \int_0^t \sigma_{NL}\,\dot{\varepsilon}_r\,d\tau, \tag{6.2}$$

gdzie

$$\sigma_{NL} = \sigma_0\left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}_r}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{\frac{1}{\delta}}\right],$$
$$\sigma_{LN} = \sigma_0^* + \frac{\sigma_{NLa}-\sigma_0^*}{\dot{\varepsilon}_{ra}}\,\dot{\varepsilon}_r. \tag{6.3}$$

Podstawiając (6.3) do (6.2) i wykonując całkowanie od zera do aktualnej chwili czasowej uzyskujemy wzory

$$\sigma_0^* = \sigma_0\,[1+\Delta\sigma(\dot{\varepsilon}_r)] = f_1(t),$$
$$\gamma^* = \frac{\dot{\varepsilon}_r}{\left(\frac{\dot{\varepsilon}_r}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{\frac{1}{\delta}} - \Delta\sigma(\dot{\varepsilon}_r)} = f_2(t). \tag{6.4}$$

Struktura wzoru (6.4) jest taka, że wraz ze wzrostem prędkości odkształcenia promieniowego $\dot{\varepsilon}_r$ rośnie umowna statyczna granica plastyczności σ_0^*, gdyż rośnie $\Delta\sigma(\dot{\varepsilon}_r)$ oraz maleje umowna lepkość, rośnie bowiem wartość umownego współczynnika γ^*.

6.2. *Proces przejmowania obciążenia*

Analizując wpływ oddziaływania fali uderzeniowej na konstrukcje lub ich elementy stajemy zwykle przed rozwiązaniem zagadnienia optymalnego doboru kształtu i gabarytów ładunku materiału wybuchowego oraz rodzaju materiału wybuchowego, z którego ładunek wykonano. Właściwy dobór parametrów ładunku, będącego źródłem fali uderzeniowej, powinien bowiem zapewnić wykonanie przez wygenerowaną falę określonej pracy trwałych deformacji lub pracy zniszczenia obiektu. Istotnym elementem jest również sposób przyłożenia ładunku materiału wybuchowego do obiektu [7].

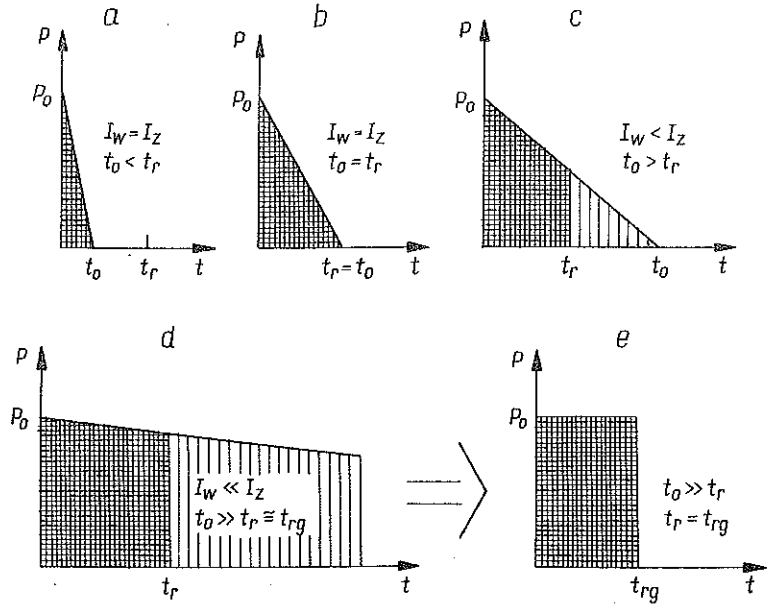
Jeśli decydujemy się na zastosowanie ładunku kontaktowego, to wówczas z założenia cała energia wybuchu przekazywana jest na obiekt, nadając mu prędkość początkową o znanej wartości [2]. Jeśli ładunek wybuchowy detonuje w pewnej odległości od obiektu, generując falę uderzeniową o znanych parametrach, to przekazywanie energii deformowanemu lub niszczonemu obiektowi odbywa się w skończonym odcinku czasu. Można w tym wypadku

mówić o skali czasu procesu przekazywania energii obiektowi przez obciążenie i o skali czasu procesu deformacji obiektu.

W przedstawionej pracy ograniczono się do takich elementów obiektów, których modelem jest sztywno-lepkoplastyczna membrana kołowa podlegająca dużym ugięciom trwałym. Ze względu na istnienie skali czasu procesu deformacji, nie zawsze całkowity impuls obciążający membranę spożytkowany jest na deformację membrany. Chcąc zatem wykonać określoną pracę trwałych dużych ugięć membrany, należy dokonać optymalnego doboru ładunku materiału wybuchowego w taki sposób, aby impuls wygenerowanej fali uderzeniowej był wykorzystany na wykonanie tej pracy bez strat.

Wyniki obliczeń numerycznych przedstawione w pracy dotyczące relacji między czasem trwania obciążenia t_0, a czasem trwania procesu deformacji t_r — pozwalają przedstawić następującą sekwencję wykresów (rys. 24), na których I_w oznacza impuls przejmowany przez membranę, I_z zaś oznacza impuls zewnętrzny fali uderzeniowej.

Impuls zewnętrzny I_z zdeterminowany jest parametrami obciążenia, amplitudą P_0 i czasem trwania t_0, wartość zaś impulsu wewnętrznego zależy od ograniczonej skali czasu procesu deformacji określonej nierównością $0 \leqslant t_r \leqslant t_{rg}$, gdzie t_{rg} jest pewną graniczną i maksymalną wartością czasu trwania ruchu membrany. Ostatni z wykresów pokazanych na rys. 24 przedstawia obciążenie o prostokątnym charakterze, możliwym do przyjęcia wtedy, gdy $t_0 \gg t_r$. Prostokątny przebieg obciążenia, choć fizycznie nierealny, jest często przyj-

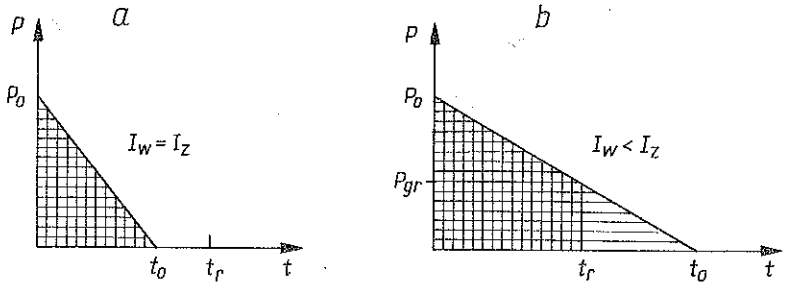


Rys. 24

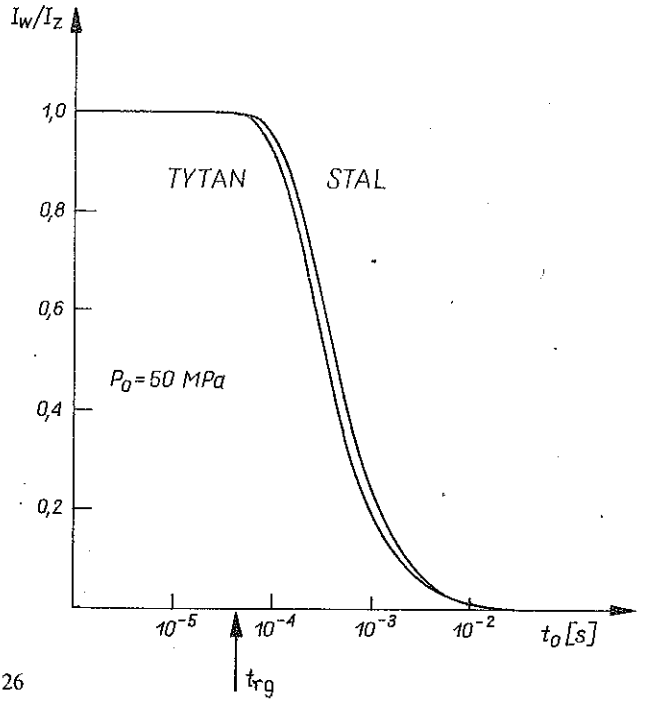
mowany w analizach np. w [8]. W wielu praktycznych zadaniach należałoby przyjmować obciążenie o trapezowym lub trójkątnym przebiegu.

Optymalny dobór parametrów ładunku materiału wybuchowego powinien umożliwiać zrealizowanie takiego obciążenia, przy którym $I_w = I_z$, co zapewnia całkowite wykorzystanie energii niesionej przez falę uderzeniową w miejscu usytuowania elementu obiektu, którego modelem jest niesprężysta membrana.

W przypadku, gdy $t_0 \leqslant t_r$, zachodzi równość impulsów $I_z = I_w$, przy dłuższych zaś czasach trwania obciążenia $t_0 > t_r$ mamy do czynienia z nieoptymalnym wykorzystaniem ładunku materiału wybuchowego, gdyż spełniona jest wtedy nierówność $I_w < I_z$ (rys. 25). Zgodnie z rys. 25 można napisać



Rys. 25



Rys. 26

$$\frac{I_w}{I_z} = \left(\frac{t_r}{t_0}\right)\left(2 - \frac{t_r}{t_0}\right), \quad \text{gdy} \quad t_0 \geqslant t_r, \tag{6.5}$$

oraz

$$\frac{P_{gr}}{P_0} = \left(1 - \frac{t_r}{t_0}\right), \quad \text{gdy} \quad t_0 \geqslant t_r. \tag{6.6}$$

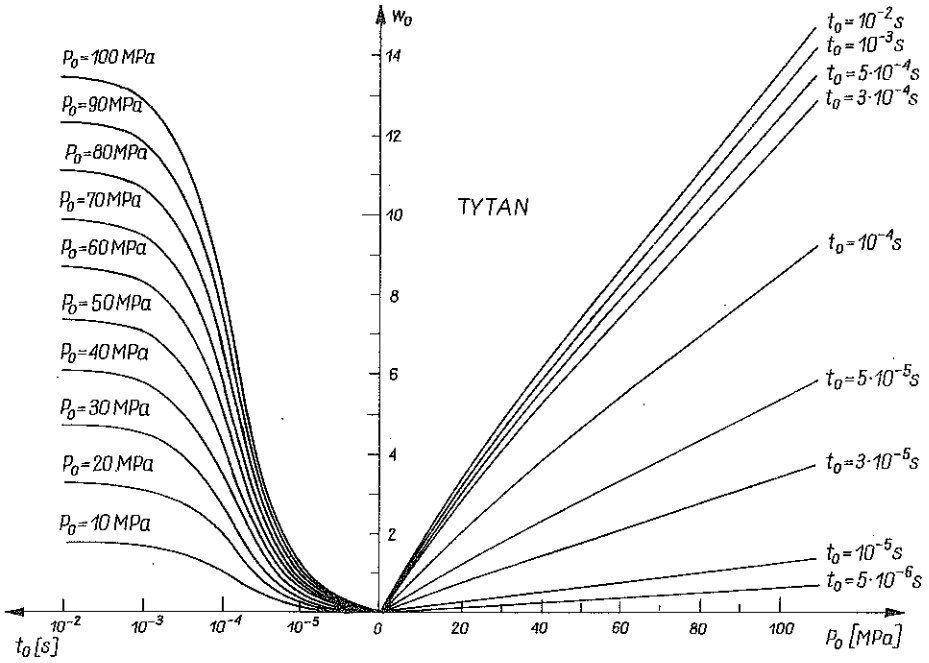
Parametr P_{gr} oznacza ciśnienie w fali uderzeniowej, przy którym ustaje ruch membrany.

Na rys. 26 przedstawiono stosunek impulsu, który membrana przyjmuje I_w do impulsu fali uderzeniowej I_z jako funkcję czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0 i dla dwóch materiałów membrany. Z rys. 26 wynika, że w przedziale czasu trwania obciążenia $t_0 \leqslant 10^{-4}$ s ma miejsce całkowite przekazywanie impulsu membranie, a więc ładunek materiału wybuchowego, który jest źródłem fali uderzeniowej jest wykorzystywany w sposób optymalny. Ładunek generujący falę uderzeniową o czasie trwania $t_0 > 10^{-4}$ s jest w omawianym przapadku wykorzystywany w sposób nieoptymalny, gdyż tylko część fali uderzeniowej wykonuje pracę trwałych ugięć membrany. Odpowiada to opadającemu fragmentowi krzywej przedstawionej na rys. 26.

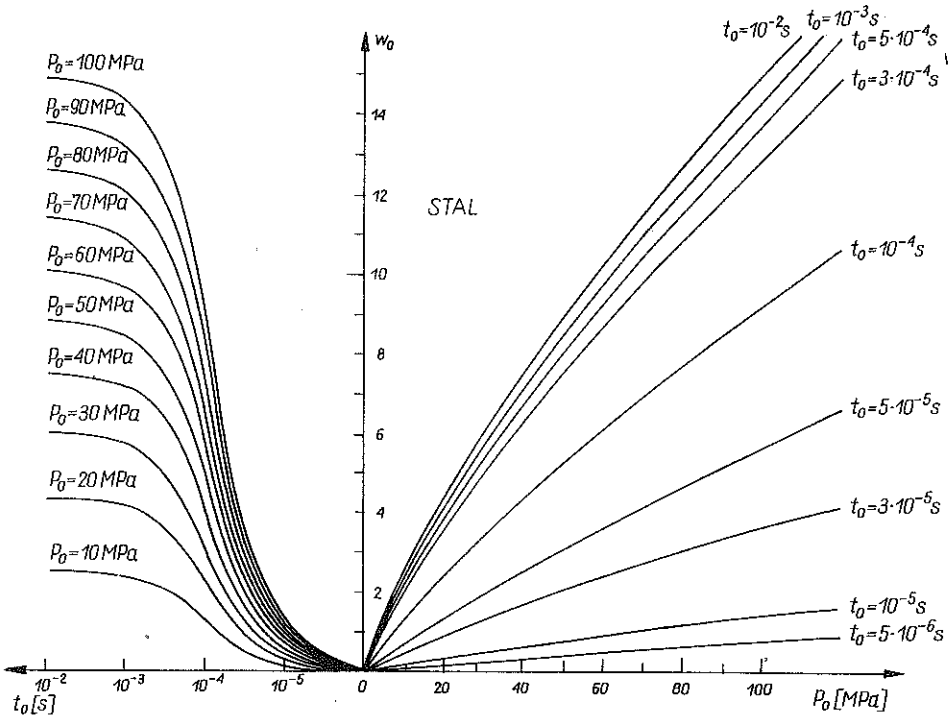
Zależność trwałego względnego ugięcia punktu centralnego membrany w_0 jako funkcji parametrów obciążenia t_0 i P_0 podano dla membrany stalowej na rys. 27, dla membrany zaś tytanowej na rys. 28. Wykresy przedstawione na rys. 27 i 28 wraz z wykresem przedstawionym na rys. 26 pozwalają dobrać optymalne zestawy parametrów fali uderzeniowej $(P_0, t_0)_{opt}$ tak, aby energia zewnętrzna fali uderzeniowej została całkowicie wykorzystana na wykonanie pracy trwałych ugięć membrany scharakteryzowanych ugięciem jej centralnego punktu w_0. Dysponując bowiem nieograniczonym zbiorem zestawów $(P_0, t_0)_{opt}$ można dobrać optymalny ładunek materiału wybuchowego z punktu widzenia jego kształtu, gabarytów i gęstości.

Miarą stopnia wykorzystania fali uderzeniowej jest również stosunek ciśnienia fali uderzeniowej, przy którym ustaje ruch membrany P_{gr}, do jej amplitudy P_0. Zależność P_{gr}/P_0 jako funkcja czasu trwania obciążenia t_0 przy ustalonej jego amplitudzie P_0 pokazano na rys. 29, przy czym związek ten jest transformowany przez stosunek czasu trwania obciążenia t_0 do czasu trwania ruchu membrany t_r.

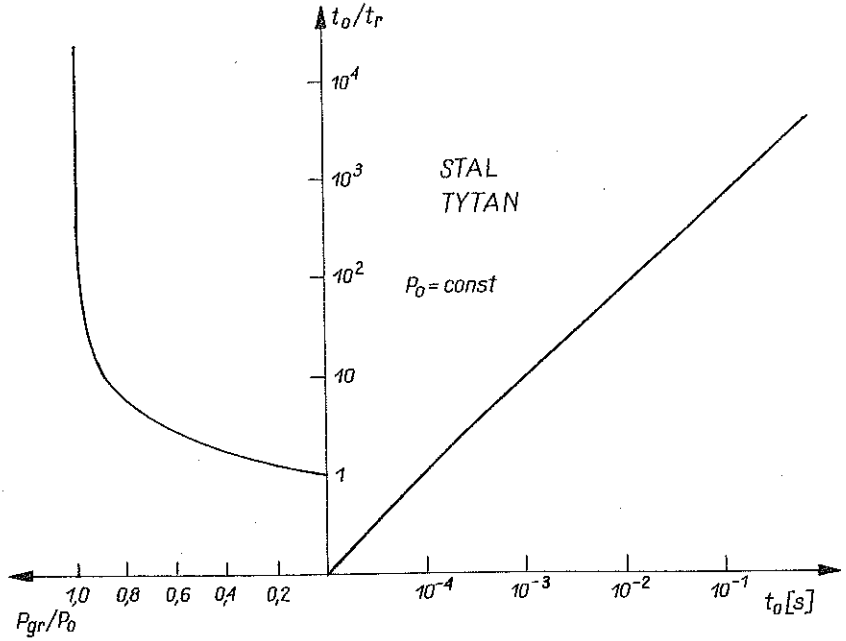
Z rys. 29 wynika, iż dla czasów trwania obciążenia $t_0 \leqslant t_r$ ruch membrany ustaje po zniknięciu obciążenia, gdyż $(P_{gr}/P_0) = 0$, zatem fala uderzeniowa jest w tym przypadku wykorzystana bez strat. Przy czasach trwania obciążenia $t_0 > t_r$ następuje zatrzymanie ruchu membrany jeszcze w trakcie trwania jej obciążenia, gdyż $P_{gr}/P_0 > 0$. W tym przypadku pozostała część fali uderzeniowej nie wykonuje pracy trwałych ugięć membrany, jest więc tracona. Można zatem powiedzieć, że odpowiada to doborowi nieoptymal-


TYTAN
w_0
p_0=100 MPa
p_0=90 MPa
p_0=80 MPa
p_0=70 MPa
p_0=60 MPa
p_0=50 MPa
p_0=40 MPa
p_0=30 MPa
p_0=20 MPa
p_0=10 MPa
$t_0=10^{-2}s$
$t_0=10^{-3}s$
$t_0=5\cdot10^{-4}s$
$t_0=3\cdot10^{-4}s$
$t_0=10^{-4}s$
$t_0=5\cdot10^{-5}s$
$t_0=3\cdot10^{-5}s$
$t_0=10^{-5}s$
$t_0=5\cdot10^{-6}s$
t_0 [s]
p_0 [MPa]

Rys. 27


STAL
w_0
p_0=100 MPa
p_0=90 MPa
p_0=80 MPa
p_0=70 MPa
p_0=60 MPa
p_0=50 MPa
p_0=40 MPa
p_0=30 MPa
p_0=20 MPa
p_0=10 MPa
$t_0=10^{-2}s$
$t_0=10^{-3}s$
$t_0=5\cdot10^{-4}s$
$t_0=3\cdot10^{-4}s$
$t_0=10^{-4}s$
$t_0=5\cdot10^{-5}s$
$t_0=3\cdot10^{-5}s$
$t_0=10^{-5}s$
$t_0=5\cdot10^{-6}s$
t_0 [s]
p_0 [MPa]

Rys. 28



Rys. 29

nych parametrów ładunku materiału wybuchowego będącego źródłem fali uderzeniowej obciążającej membranę.

Przedstawione w pracy zależności dotyczące analizy obciążenia pozwalają stwierdzić, że ze względu na istnienie skali czasu w procesie trwałych ugięć membrany, mamy do czynienia z możliwością i koniecznością takiego doboru parametrów ładunku materiału wybuchowego, aby fala uderzeniowa wygenerowana podczas jego detonacji była całkowicie wykorzystana na wykonanie pracy trwałych deformacji membrany lub pracy jej zniszczenia.

W przypadku masowego wykorzystania materiałów wybuchowych do kształtowania lub niszczenia różnych obiektów lub ich elementów, przedstawione rozważania mogą być istotne również z ekonomicznego punktu widzenia.

LITERATURA CYTOWANA W TEKŚCIE

1. W. IDCZAK, *Przybliżone rozwiązania w dynamice niesprężystych membran. Część 1*, Rozpr. Inż., **33**, 4, 1985.
2. S. R. BODNER, P. S. SYMONDS, *Experiments on viscoplastic response of circular plates to impulsive loading*, J. Mech. Phys. Solids, **27**, 91—113, 1979.
3. T. WIERZBICKI, *An approximate linear theory of thin viscoplastic shells*, Arch. Mech., **24**, 941—953, 1972.

4. W. IDCZAK, CZ. RYMARZ, A. SPYCHALA, *Sztywno-lepkoplastyczne płyty kołowe pod intensywnym obciążeniem dynamicznym. Analiza teoretyczno-doświadczalna i propozycja zastosowań*, MTS, w druku.
5. E. T. ONAT, R. M. HAYTHORNTHWAITE, *The load-carrying capacity of circular plates at large deflection*, J. App. Mech., **23**, 1, 1965.
6. W. IDCZAK, T. WIERZBICKI, *Dynamic loading of viscoplastic membrane*, Bull. PAN, Appl. Mech., **29**, 7—8, 1981.
7. R. KRZEWIŃSKI, *Dynamika wybuchu. Część 2. Działanie wybuchu w ośrodkach inercyjnych*, WAT, Warszawa 1983.
8. T. WIERZBICKI, *Obliczanie konstrukcji obciążonych dynamicznie*, Arkady, Warszawa 1980.

РЕЗЮМЕ

ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ В ДИНАМИКЕ НЕУПРУГИХ МЕМБРАН

ЧАСТЬ 2

Представлен метод упрощенного решения задач больших прогибов тонких жесткo-вязкопластических круговых плит (мембран) нагруженных ударной волной с известными параметрами: амплитудой P_0 и временем продолжительности t_0. Представлено решение для нескольких вариантов определяющих соотношений, а также обстоятельства выбора одного из них в зависимости от степени чувствительности материала мембраны на скорость деформации и параметров нагружения. Для отдельных значений параметров нагружения сравнены полученные результаты с экспериментальными результатами опубликованными в приведенной литературе. На основе анализа результатов расчетов приведено в выводах предположение модификации неассоциированного закона течения. Представлен тоже анализ влияния параметров ударной волны генерированной в процессе детонации неконтактного заряда взрывчатого вещества на процесс восприимания нагружения неупругой мембраной. Показано существенное значение подбора параметров заряда с точки зрения оптимального использованния ударной волны, совершающей работу остаточных деформаций мембраны или работу ее разрушения.

SUMMARY

APPROXIMATE SOLUTIONS IN THE DYNAMICS OF INELASTIC MEMBRANES

PART 2

The paper presented a method of simplified solution of the problem of large deflections of rigid-viscoplastic circular plates (membranes) loaded by a shock wave of known parameters: amplitude P_0 and duration t_0. The solutions are presented for several variants of constitutive relations, depending on the material sensitivity to the strain rates and on the loading parameters. In several cases the results are compared with those known from the

literature. Basing upon this analysis, certain modifications of the non-associated flow law are proposed. The effect of the shock wave parameters (generated by explosion) upon the process of loading distribution by the inelastic membrane is analyzed. The blowing charge parameters are shown to play an important role in the optimum selection of the shock wave producing permanent deformations or failure.

Praca została złożona w Redakcji dnia 3 kwietnia 1985 r.